

Über Depolarisationseffekte in polykristallinem BaTiO₃.

Von HEINRICH KNIPEKAMP und WALTER HEYWANG.

Mit 15 Textabbildungen.

(Eingegangen am 13. Dezember 1953.)

A. Problemstellung.

Die geringfügigen Strukturänderungen an den Umwandlungspunkten von BaTiO₃ sind bekanntlich mit großen Änderungen der Dielektrizitätskonstante verknüpft (Abb. 1, 2). Diese hohe Empfindlichkeit erklärt sich leicht aus der CLAUSIUS-MOSOTTischen Gleichung

$$\varepsilon - 1 = \frac{\alpha/\varepsilon_0 v}{1 - \beta \alpha/\varepsilon_0 v}. \quad (1)^1$$

Denn es bedarf bei hoher Dielektrizitätskonstanten, d. h. nahezu verschwindendem Nenner nur einer geringen Änderung der spezifischen Polarisierbarkeit $\alpha/\varepsilon_0 v$ (α = Polarisierbarkeit einer Zelle, v = Zellenvolumen) oder des strukturabhängigen Lorentzfaktors β , um hohe DK-Änderungen hervorzurufen.

Als primäre Ursache des DK-Sprungs bei 120°C und der Anisotropie der DK im tiefer liegenden Temperaturbereich ist jedoch nicht die Gitterverzerrung, sondern das Auftreten einer spontanen Polarisation anzusehen. Diese weist im Temperaturbereich von 10...120°C, auf den sich die folgenden Ausführungen beschränken sollen, in Richtung der [001] — bzw. *c*-Achse und bewirkt damit die beobachtete tetragonale Gitterverzerrung. — Auf Grund dieser Überlegungen ist zu erwarten, daß alle Faktoren, die die kooperativ sich ausbildende permanente Polarisation beeinflussen, wesentliche Rückwirkungen auf die DK haben.

Ein solcher Einfluß ist im polykristallinen Gefüge an den Korn- und Domänenengrenzen infolge des Auftretens freier Ladungen und innerer Verspannungen

¹ Beim perowskitischen BaTiO₃ läßt sich die einfache Form dieser Gleichung nur durch Einführen einer effektiven Polarisierbarkeit aufrecht erhalten [3], [4], doch genügt Gl. (1) für die hier interessierenden qualitativen Betrachtungen.

zu erwarten. Denn einesteils sind an der Stoßfläche zweier willkürlich orientierter Domänen die Bedingungen für die Kontinuität der Normalkomponente des dielektrischen Flusses im allgemeinen nicht erfüllbar, so daß Flächenladungen auftreten müssen (vgl. Abb. 3). Andernteils können sich bei der Verschwei-

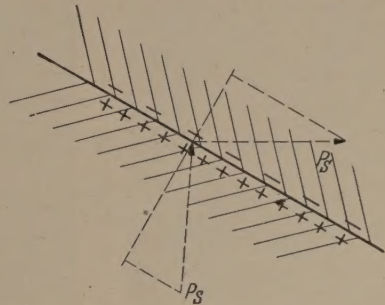


Abb. 3. Flächenladung bei willkürlicher Kristallorientierung benachbarter Domänen (P_S = Sättigungspolarisation).

ßung der einzelnen Bereiche die elektrostriktiven Verzerrungen nicht frei ausbilden. Beide Effekte führen zu einer Verringerung der mittleren permanenten Polarisation.

Diese Überlegung hat uns veranlaßt, nach einem Einfluß der Kristallitgröße auf die DK von BaTiO₃-Sinterkörpern zu suchen. Wesentliche Effekte sind natürlich nur zu erwarten, wenn Oberflächenenergie und Volumenenergie des Kristallkorns von gleicher Größenordnung sind. So war von vorne herein wegen des relativen Anwachsens der Oberflächenenergie mit abnehmender Kristallitgröße zu vermuten, daß sich ein solcher Effekt — wenn überhaupt praktisch erzielbar — nur in sehr fein kristallin gesinterten Massen werde finden lassen.

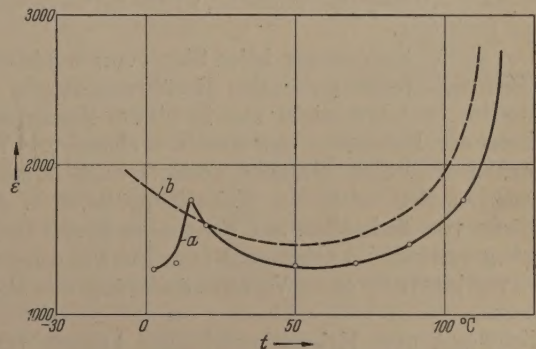


Abb. 4. Logarithmische Mischungsregel bei BaTiO₃. DK von grobkristallinem BaTiO₃: a) ε_m gemessen, b) $\bar{\varepsilon}$ nach log. Mischungsregel aus ε_a und ε_c .

Erschwerend auf die Beurteilung der Ergebnisse wirkt die Tatsache, daß an polykristallinen Proben wegen der willkürlichen Domänenorientierung nicht die Hauptdielektrizitätskonstanten ε_a und ε_c einer Domäne, sondern eine isotrope mittlere DK ε_m gemessen

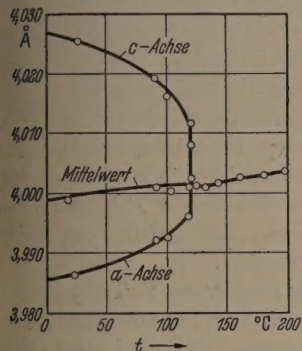


Abb. 1. Temperaturgang der Gitterkonstanten von BaTiO₃ nach H. D. MEGAW [1].

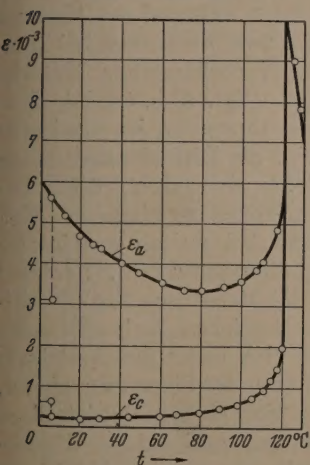


Abb. 2. Temperaturgang der DK von BaTiO₃-Eindomänenkristallen nach W. J. MERZ [2].

wird. (Abb. 4, Kurve *a*, rel. Luftporenvolumen 5–10%.) Diese ist theoretisch mit ε_a und ε_o durch eine selbst von der Domänenstruktur abhängige ziemlich unsichere Mischungsregel verknüpft (vgl. hierzu [5], [6]). Hierauf soll erst im Zusammenhang mit der Diskussion der Ergebnisse näher eingegangen werden, doch sei vorausgeschickt, daß sich mit Hilfe der LICHTENECKERschen logarithmischen Mischungsformel [7]

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_a^c \varepsilon_o^c \quad (2)$$

$$\left(\begin{array}{l} c_a = \text{relative Häufigkeit der } a\text{-Achse} = \frac{2}{3}, \\ c_o = \text{,, ,, ,, } c\text{-Achse} = \frac{1}{3} \end{array} \right)$$

eine mit dem Experiment gut vergleichbare DK-Kurve ergibt (Abb. 4 Kurve *b*).

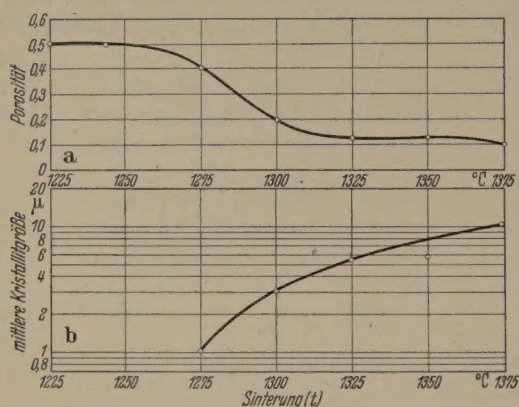


Abb. 5. Porosität und Kristallitgröße von normal gesintertem BaTiO_3 .

B. Probenherstellung.

Die Aufgabe der Präparationstechnik bestand darin, möglichst feinkörnige, dichtgesinterte Probekörper herzustellen. Denn nur einigermaßen dichte Körper können für eine DK-Beurteilung herangezogen werden.

Es wurde daher von einem sehr feinkristallinen BaTiO_3 -Pulver ausgegangen mit einer elektronenmikroskopisch ermittelten Korngröße von etwa $0,5 \mu\text{m}$. Hierauf wurden unter Verwendung eines organischen Binders unter einem Druck von ca. 250 kg/cm^2 Scheiben gepreßt (Durchmesser ca. 20 mm, Dicke ca. 3 mm).

Damit nicht beim Verbrennen des Binders eine reduzierende Atmosphäre entsteht, wurde im Sauerstoffstrom gesintert.

Die Gefügeänderungen beim Sintervorgang infolge der Diffusionsvorgänge an den Berührungsstellen der Kristallite bestehen nicht nur in einem Zusammenwachsen der Kristallite und damit verbundener Verringerung des Porenvolumens, sondern auch in einem Anwachsen der mittleren Kristallitgröße, d. h. dem Wachsen von Kristallen auf Kosten anderer. Dieser Vorgang verläuft im Gegensatz zum Schwund infolge Porenverringern ohne Volumenänderung des Preßkörpers.

Schwund und Kristallitwachstum hängen funktionell von den Parametern der Sinterung, der Temperatur und der Zeit ab. Zum Studium dieser Vorgänge wurden verschiedene Probenchargen in einem ziemlich wärmeträgen Silitstab-Ofen auf verschiedenen hohen Maximaltemperaturen immer nach dem gleichen

Anheizzeit-Programm erhitzt und nach Erreichen der Maximaltemperatur mit dem dem Ofen nach Abschalten der Heizlast eigenen zeitlichen Temperaturabfall abgekühlt. Es wurden also zwar, entsprechend der Temperaturkurve des Ofens, beide Sinterparameter gleichzeitig geändert, jedoch beide in bestimmtem funktionellen Zusammenhang miteinander. Da kann zur Kennzeichnung der Sinterungsintensität in unserem Falle die Maximaltemperatur herangezogen werden.

Der quantitative Gang von Korngröße und relativem Porenvolumen — kurz Porosität p genannt — mit der Sintertemperatur, wie er auf diese Weise erhalten wird, ist in den Abb. 5a und 5b wiedergegeben. Die Korngröße wurde durch Auszählen, die Porosität durch Ermittlung der scheinbaren Dichte d_s des Körpers unter Verwendung der Formel

$$p = 1 - \frac{d_s}{d_r}$$

bestimmt (d_r = Röntgendichte, errechnet aus Gitterkonstante und Molekulargewicht). p fällt mit fortschreitender Sinterung von seinem hohen Wert in den gepreßten ungesinterten Körper zunächst sehr stark ab, um sich dann einem Grenzwert zu nähern, der auch bei weitergetriebener Sinterung nicht unterschritten wird. In unseren Versuchen stellten wir einen Grenzwert $p_{\min} \sim 0,1$ fest, der bei etwa 1325°C erreicht wird. Bei optimaler Porosität, wie sie günstige dielektrische Verhältnisse anzustreben, muß demnach bei dem beschriebenen Präparationsverfahren mit einer mittleren Korngröße von mindestens $3 \dots 5 \mu$ gerechnet werden.

Die Sinterungseigenschaften von BaTiO_3 lassen sich unter Wahrung der chemischen Zusammensetzung dadurch erheblich beeinflussen, daß auf den Kristalliten eine diffusionshemmende dünne Zwischenschicht geschaffen wird. Durch diese Vorbehandlung konnte das Kristallitwachstum während des Sinterens stark beeinflusst werden, und zwar auch noch bei Temperaturen, bei denen nicht vorbehandeltes Material erhebliches Wachstum zeigt. (Vgl. Abb. 6a, b.) Sichert man jedoch die Sintertemperatur, im vorliegenden Fall auf 1325°C , so wird die Diffusionshemmung durchbrochen, und es schließen sich rasch größere Kristalle des polykristallinen Stoffes zu einzelnen Kristallen zusammen, die dann bei weiter gesteigerter Sinterung erhebliches Wachstum aufweisen. In einem Zwischenstadium besteht die Masse aus feinkristallinen und grobkristallinen Bereichen nebeneinander (Abb. 7). Diese vergrößern sich unter gleichzeitigem Kornwachstum mit fortschreitender Sinterung sehr so daß schließlich der ganze Scherben grobkristallin Gefüge zeigt. Aus Platzmangel muß auf die Wiedergabe einer größeren Bildserie, aus der der Ablauf des ganzen Vorganges deutlicher zu erkennen wäre, verzichtet werden, doch zeigen die herausgegriffenen Abbildungen den charakteristischen Unterschied des Sinterungsverhaltens, der durch die Wachstumshemmung erzielt wurde.

Analog zu Abb. 5 sind in Abb. 8 die quantitativen Verhältnisse dargestellt. Entsprechend dem Nebeneinanderbestehen von fein- und grobkristallinen Bereichen teilt sich die Kurve der Abb. 8b in zwei Äste auf, die die mittlere Korngröße innerhalb dieser Bereiche angeben. Dabei liegt der untere Ast weit unter

¹ Entsprechend dem praktischen Optimum beim Mahlen in einer Schwingmühle.

der obere über der mittleren Kristallitgröße normal gesinterten Bariumtitanats. Die Kurve Abb. 8c zeigt den raschen prozentualen Abfall des feinkristallinen Anteils. Schließlich wurde neben der Wachstumshemmung ein früheres Dichtesintern des Körpers erreicht, wie aus Kurve 8a ersichtlich. Die Werte dieser

Als einfaches Kriterium des gesuchten Korngrößen-effektes auf das dielektrische Verhalten kann der Minimalwert von ϵ_m im tetragonalen Bereich (vgl. Abb. 4) verwendet werden. Kurve *a* der Abb. 9 zeigt ihn für den Fall des normal gesinterten, Kurve *b* für den Fall des BaTiO₃ mit Wachstumshemmung. Dabei wurde

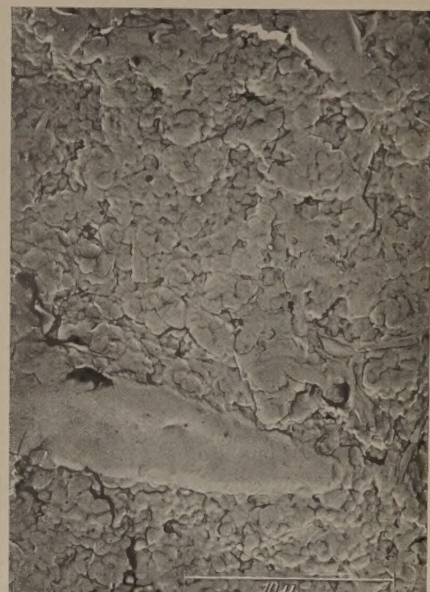
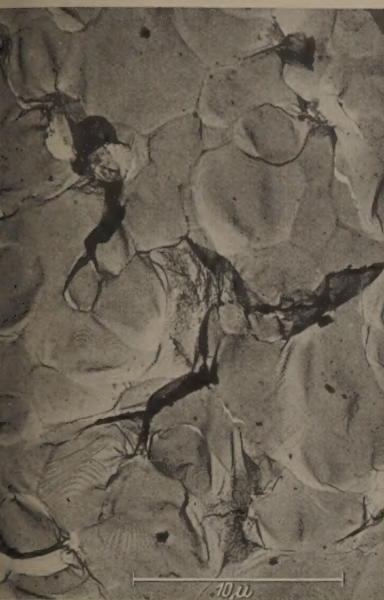


Abb. 6. Kristallitgröße von BaTiO₃ — Sinterkörpern (Sintertemperatur 1300° C)¹
a) normal gesintert; b) mit gehemmtem Kristallwachstum.

¹ Elektronenmikroskopische Aufnahmen nach dem Triafol-Abdruckverfahren [8].

Kurven, wie auch der entsprechenden in Abb. 5, sind gemittelt aus Einzelwerten mit genügend geringer Streuung, um den qualitativen Kurvenverlauf richtig wiederzugeben.

C. Dielektrisches Verhalten.

1. Einfluß der Kristallgröße.

Die DK wurde durch Brückenmessung der Kapazität bei 800 Hz und 0,1 V Meß-Spannung ermittelt unter

jeder Meßpunkt aus einer eigenen Charge von Scheiben ermittelt.

Der anfängliche Anstieg der DK-Kurven mit der Sintertemperatur steht im Zusammenhang mit der Porositätsabnahme. Er führt aber bei vorbehandeltem Material infolge des früheren Zusammensinterns und des gehemmten Kornwachstums zu viel höheren Werten, die mit $\epsilon_m = 3000$ nicht mehr weit von ϵ_a (Abb. 2) entfernt sind, insbesondere, wenn man die Restporosität von 8% berücksichtigt. Sobald die minimale Porosität erreicht ist, beginnt die DK wieder zu sinken. Bei den unvorbehandelten

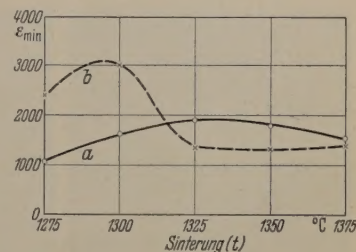


Abb. 9. DK und Sinterung. a) normal gesintert; b) mit Wachstumshemmung.

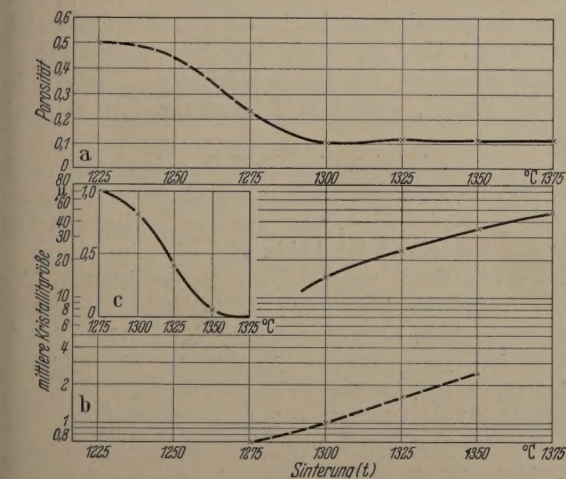


Abb. 8. Porosität und Kristallitgröße von BaTiO₃ mit Wachstumshemmung. (Kurve: Anteil des feinkristallinen Gefüges.)

Verwendung der geometrischen Maße der bis zum Rande versilberten, gesinterten Scheiben (\varnothing ca. 15 mm, Dicke ca. 2 mm). Der Genauigkeitswert der DK ist dabei durch die Genauigkeit der geometrischen Messung bestimmt. (Mittlerer Fehler ca. 1%.)

Proben ist der Effekt zwar zu schwach, als daß er in Anbetracht der Versuchsungenauigkeit (insbesondere der unvermeidlichen Chargenschwankung) als Bestätigung eines Korngrößeneffektes angesehen werden könnte. Hingegen tritt bei den vorbehandelten Proben Hand in Hand mit dem Übergang vom fein- zum grobkristallinen Gefüge (vgl. Abb. 8c) ein DK-Sturz von dem erhöhten Wert 3000 auf einen mittleren Wert von ca. 1400¹ auf, so daß ein Korngrößeneinfluß außer Zweifel steht. Es genügt daher für die weiteren Untersuchungen zur Deutung dieses Phänomens optimal dichtgesinterte fein- und grobkristalline Proben zu vergleichen.

¹ Die Literaturangaben für grobkristallines BaTiO₃ schwanken zwischen Werten von 1000...1800.

2. Temperatur- und Feldabhängigkeit.

Der Vergleich des Temperaturganges der DK (Abb. 10) zeigt qualitativ das gleiche Verhalten beider

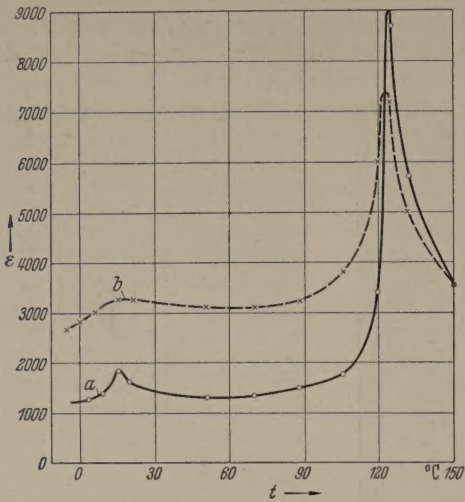


Abb. 10. Temperaturgang der DK. a) DK von grobkristallinem BaTiO₃; b) DK von feinkristallinem BaTiO₃.

Substanzen. Die Umwandlungspunkte bei 120 und 10° C haben sich nicht merklich verschoben. Der wesentliche Unterschied liegt in einer Parallelverschie-

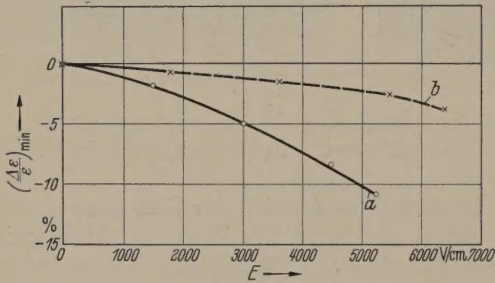


Abb. 11. DK (800 Hz und Gleichfeldstärke. a) grobkristallines BaTiO₃; b) feinkristallines BaTiO₃.

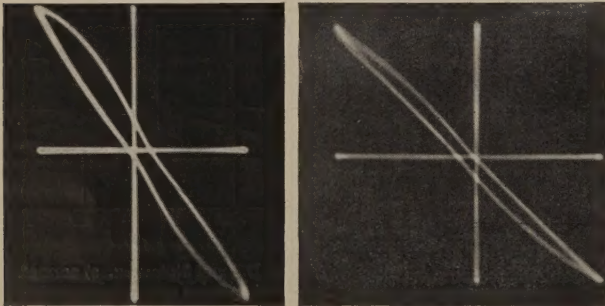


Abb. 12. Hystereseschleifen 4,5 kV/cm, 50 Hz. a) grobkristallines BaTiO₃; b) feinkristallines BaTiO₃.

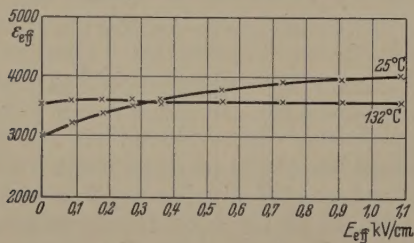


Abb. 13. Effektive DK und Wechselfeldamplitude (800 Hz) bei feinkristallinem BaTiO₃.

bung der mittleren DK von feinkristallinem BaTiO₃ unterhalb des Curiepunktes zu höheren Werten hin, während die DK des grobkristallinen Materials im

Curiepunkt selbst und oberhalb etwas höher liegt. Analogie zu der hierdurch bewirkten Verflachung Curiemaximums erscheint das DK-Maximum Übergangs tetragonal-orthorhombisch bei ca. 10 ebenfalls weniger ausgeprägt.

Im allgemeinen zeigt die Dielektrizitätskonstante ferroelektrischer Substanzen eine starke Abhängigkeit von überlagerter Gleichfeldstärke. In einem äußeren Feld wird von den sechs möglichen Richtungen der permanenten Polarisation P_s im Titanatgitter¹ mit dem kleinsten Winkel gegenüber dem äußeren Feld begünstigt. Bei jeder Umorientierung um 90° tritt eine Vertauschung von ϵ_a mit ϵ_c ein, so daß schließlich wegen $\epsilon_c \ll \epsilon_a$ eine DK-Abnahme in Feldrichtung resultiert. Bekanntlich wird jedoch infolge der elektrostriktiven Domänenverzerrung — die c-Achse parallel P_s ist um etwa 1% länger als die a-Achse — bei polykristallinem BaTiO₃ diese Umorien-

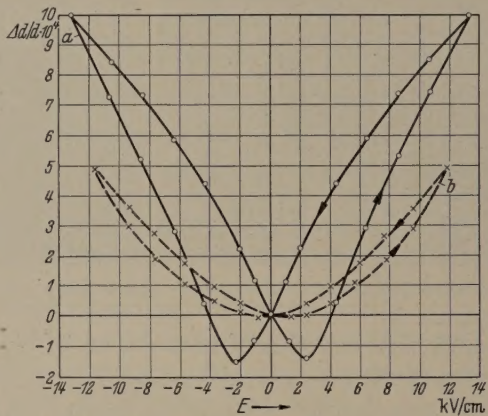


Abb. 14. Elektrostriktives Verhalten von BaTiO₃. (d = Probendicke) a) grobkristallines BaTiO₃; b) feinkristallines BaTiO₃.

tierung stark behindert (vgl. z. B. [9]), so daß nur eine geringe Feldstärkenabhängigkeit resultiert. In feinkristallinem BaTiO₃ tritt sie noch weiter zurück und verschwindet nahezu völlig (Abb. 11). Die entsprechende Domänen-Ausrichtung scheint fast vollkommen gehemmt; denn ein Angleichen von ϵ_c an ϵ_a infolge Entpolarisation ist in diesem Ausmaße nicht zu erwarten. Und gegen die Annahme, daß durch die Feinkörnigkeit ein antiferro-elektrischer Zustand begünstigt wurde, sprechen folgende weiteren Beobachtungen:

Auch das feinkristalline BaTiO₃ zeigt noch merkliche Hysteresese, wenn auch mit geringeren Verlusten als das grobkristalline, wie aus der geringeren Öffnung der Schleife folgt (Abb. 12a, b).

Noch deutlicher zeigt sich das ferroelektrische Verhalten beim Erhöhen der Meß-Wechselspannung. Denn nach Abb. 13 verschwindet die starke DK-Abhängigkeit bei zunehmender Amplitude oberhalb der Curietemperatur. Sie beruht daher auf einer Domänen-Umpolarisation, die aber keinen Einfluß auf die differenzielle DK haben kann, wie die geringe Gleichfeld-Abhängigkeit zeigt; d. h. sie vertauscht nicht ϵ_a mit ϵ_c . Sie entspricht vielmehr den sogenannten 180°-Sprüngen. Damit erklärt sich auch die geringe Öffnung der Hystereseschleife. Denn infolge der Hemmung der 90°-Umpolarisation können nur geringe Volumenanteile am Hysteresemechanismus teilnehmen.

¹ Entsprechend der kubischen Symmetrie.

In Parallele zu diesem Verhalten steht die Tatsache, daß auch der elektrostriktive Effekt im grobkristallinen BaTiO₃ etwa doppelt so groß ist wie im feinkristallinen (Abb. 14) und überdies höhere elektrische Härte aufweist.

3. Röntgenuntersuchungen.

Die röntgenographische Untersuchung der tetragonalen Verzerrung gesinterter Proben ergab mit den zur Verfügung stehenden Mitteln nur unsichere Ergebnisse. Bei DEBYE-SCHERRER-Aufnahmen an *gepulverten* Proben ließ sich kein Unterschied feststellen, hingegen wiesen Rückstrahl-Aufnahmen am *Massivkörper* auf eine Verminderung der tetragonalen Verzerrung im feinkristallinen Körper um ca. 5% hin, doch innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen. Falls der Unterschied der Ergebnisse reell ist, ließe er sich leicht durch einen elastischen Energieanteil deuten, der beim Pulverisieren verloren geht.

D. Diskussion.

Obwohl das gesamte Verhalten des feinteiligen BaTiO₃ auf einen wesentlichen Eingriff in den dielektrischen Mechanismus hinweist, soll doch zunächst geprüft werden, ob auch eine Deutung der DK-Erhöhung aus der Abhängigkeit der Mischungsregel von Kornform und Gefüge möglich erscheint in Analogie zu den Untersuchungen von J. M. STEVELS [10] bei Titul. Es besteht zwar über den Gültigkeitsbereich der verschiedenen Mischungsregeln noch heute Unsicherheit, doch läßt sich leicht eine obere und untere erreichbare Schranke für $\bar{\epsilon}_m$ angeben. Jeder Feinkörper läßt sich als Parallel- und Reihenschaltung willkürlich angeordneter Kristallite auffassen. Man erhält daher das Maximum von $\bar{\epsilon}^1$, wenn man nur Parallel-Schaltung, das Minimum, wenn man nur Reihenschaltung annimmt unter jeweiliger Berücksichtigung der relativen Häufigkeit von ϵ_a und ϵ_c :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon}_{max} &= \frac{2\epsilon_a + \epsilon_c}{3}, \\ \bar{\epsilon}_{min} &= 3 \frac{\epsilon_a \epsilon_c}{2\epsilon_c + \epsilon_a}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Der hierdurch abgegrenzte Bereich wird in einem weiten Temperaturintervall von der mittleren DK des einkörnigen Materials überschritten (Abb. 15). Überdies zeigt der qualitative Temperaturgang, daß keine theoretische $\bar{\epsilon}$ -Kurve nahe $\bar{\epsilon}_{max}$ zum Vergleich herangezogen werden darf.

Es muß also eine bedeutende Veränderung in den Haupt-Dielektrizitätskonstanten stattgefunden haben. Eine grobe Abschätzung zeigte, daß eine Abnahme der permanenten Polarisation um etwa 10% genügt, um die beobachtete DK-Erhöhung zu erklären. Die hauptsächlichste Wirkung der Depolarisation wäre dabei in einer relativen Zunahme von ϵ_c zu suchen.

Bemerkenswert ist, daß bei dieser DK-Änderung die Umwandlungstemperaturen nicht verschoben werden, wie es bei der engen Verknüpfung der Gitterverzerrung mit dem dielektrischen Verhalten zu erwarten wäre. Das Verhältnis von Oberflächenenergie zur elektrischen Volumenenergie muß daher im tetragonalen und orthorhombischen Bereich (mit P_s par-

allel zur [110]-Richtung) ungefähr gleich sein, wie auch die DK-Erhöhung in beiden Bereichen ungefähr gleich ist. Dies ist bei einer Depolarisation verständlich, da sowohl Volumenenergie, als auch elektrische und elastische Oberflächenenergie von der im tetragonalen und orthorhombischen Bereich nur wenig unterschiedlichen permanenten Polarisation (vgl. z. B. [11]) herrühren.

Voraussetzung für die Wirksamkeit des Depolarisationsmechanismus ist, daß Oberflächen- und Volumenenergie von gleicher Größenordnung sind; d. h. in grober Näherung, daß normale Domänengröße und Kristallitgröße vergleichbar sind. Die von uns beobachtete kritische Korngröße von 1 μ stimmt mit

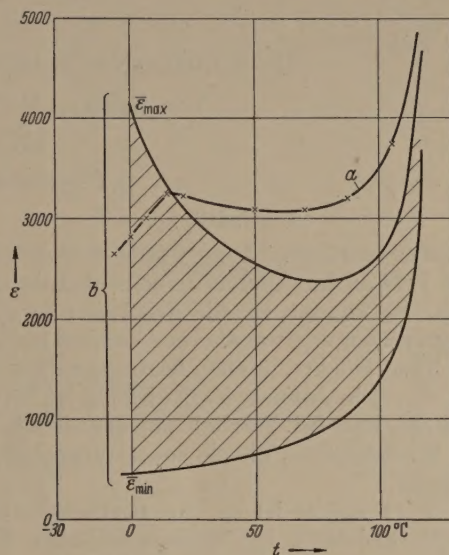


Abb. 15. DK des feinkristallinen BaTiO₃ (a) und Mischungsregel (b).

beobachteten Domänen-Abmessungen zwar überein [12]; doch ist diese selbst von der Güte des Kristallgitters stark abhängig (vgl. hierzu z. B. [12] und [13]), so daß eine eindeutige Aussage schwierig wird.

Neuerdings fanden ANLIKER, KÄNZIG und PETER [14] bei eingehender, röntgenographischer Untersuchung von BaTiO₃-Pulver Anomalien erst bei etwa 0,4 μ . Dies steht zwar mit unserem Röntgenergebnis im Einklang, macht es aber andererseits unwahrscheinlich, daß ein rein elektrischer Depolarisations-Mechanismus vorliegt; denn dieser müßte beim Teilchen im Vakuum schon bei höherer Teilchengröße eintreten als bei dem in den Sinterkörper eingebetteten wegen dessen höherer Umgebungs-DK.

Es scheint daher mit großer Wahrscheinlichkeit — wie eingangs schon dargelegt — ein wesentlicher piezoelektrischer Energieanteil infolge der Kristallitverschweißung hinzuzukommen. Für die Richtigkeit dieser Annahme sprechen neben obiger Überlegung vor allem die beim Hystereseverhalten und bei Gleichfeld-Überlagerung gemachten Beobachtungen einer elastischen Hemmung der 90°-Umpolarisation, während der 180°-Sprung noch voll wirksam ist.

An dieser Arbeit ist Herr Dr. PFISTERER, der die übermikroskopischen und röntgenographischen Untersuchungen durchführte und auswertete, wesentlich beteiligt. Wir danken auch Herrn RAMISCH für seine sorgfältige Herstellung der Proben.

¹ $\bar{\epsilon}$ = theoretischer Mittelwert für ϵ_m .

Zusammenfassung.

Im ferroelektrischen Bereich von polykristallinem BaTiO₃ wurde eine Abhängigkeit der dielektrischen Eigenschaften von der Kristallitgröße gefunden, die zu einer Erhöhung der mittleren DK unterhalb der Curietemperatur von etwa 1400 auf etwa 3000 führt. Zur Deutung der Effekte werden elektrische und elastische Depolarisations-Erscheinungen herangezogen, die von der relativen Zunahme der inneren Oberflächenenergie herrühren.

Literatur. [1] MEGAW, H. D.: Trans. Far. Soc. **42**, 224, (1946). — [2] MERZ, W. J.: Phys. Rev. **75**, 687 (1946). — [3] SLATER, J. C.: Phys. Rev. **78**, 748 (1950). — [4] HEY-

WANG, W.: Z. Naturforschung **6a**, 219 (1951). — [5] BRUGEMANN, D. A. G.: Ann. Physik **24**, 636 (1935) u. **25**, 645 (1936). — [6] NIESEL, W.: Ann. Physik **10**, 336 (1952). — [7] LITTECKE, K.: Physik Z. **27**, 115 (1926). — [8] PFISTERER, E.: Naturwissenschaften **40**, 106 (1953). — [9] HULM, J.: Nature **160**, 127 (1947). — [10] STEVELS, J. M.: Rec. Trav. Chim. Pays-Bas **66**, 71 (1947). — [11] DEVONSHIRE, A.: Phil. Mag. **40**, 1040 (1949). — [12] MERZ, W. J.: Phys. Rev. **88**, 421 (1952). — [13] BAUMGARTNER, H.: F. JONA u. W. KÄNZIG: Erg. d. ex. Naturw. **23**, 235 (1950). — [14] ALLIKER, M., W. KÄNZIG und M. PETER: Helv. Phys. Acta **474** (1952).

Dr. HEINRICH KNIPEKAMP, Dr. WALTER HEYWANG
Werkstoff-Hauptlaboratorium des Siemens u. Halske AG
Karlsruhe.

Die JORDAN-Nachwirkung in ferromagnetischen Blechen.

Von RICHARD FELDTKELLER und GÜNTHER SORGER.

Mit 16 Textabbildungen.

(Eingegangen am 11. Dezember 1953.)

1. Einleitung.

Die JORDAN-Nachwirkung wurde von JORDAN [1] im Jahre 1924 an Eisenpulverkernen entdeckt und beschrieben. Sie kommt, wie die Ergebnisse sorgfältiger Messungen zeigen und wie die im Anschluß hieran entwickelte Theorie lehrt, in allen ferromagnetischen Materialien vor. Die JORDAN-Nachwirkung ist bei Eisenpulverkernen und bei Ferriten am deutlichsten, weil hier die Wirbelströme, die sie sonst verdecken, stark zurücktreten.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Besonderheiten der JORDAN-Nachwirkung in ferromagnetischen Blechen aufzudecken. Dazu versprochen Bleche mit einer Eisen-Nickel-Legierung am ehesten Erfolg, weil sie im ganzen untersuchten Temperaturgebiet von -190°C bis $+150^{\circ}\text{C}$ nur JORDAN-Nachwirkung zeigen und insbesondere keine RICHTER-Nachwirkung. Die Bleche enthielten 36% Nickel (Permenorm) und waren ver-

schiedenen Glüh- und Walzbehandlungen unterworfen. Ihre Anfangspermeabilität lag zwischen $700\mu_0$ und $2700\mu_0$. Als weiteres Blech mit RICHTER-Nachwirkung stand eine 2,5% Silizium-Eisen-Legierung (Trifperm) zur Verfügung, die aber innerhalb des hier benützten Frequenzbereichs im Temperaturgebiet um -70°C herum eine weitere Nachwirkung zeigte [3], so daß die Messungen unterhalb -70°C von dieser Nachwirkung beeinflußt werden.

2. Versuchsdurchführung.

a) Material.

Die Bleche wurden zu Paketen geschichtet, wobei die einzelnen Bleche durch Papiereinlagen voneinander isoliert wurden. Ein Teil der Proben (Nr. 1 bis 6) bestand aus Blechringen, Probe Nr. 7 aus M 42-Blechen. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die einzelnen Materialien. Zur Bezeichnung der Proben im Text wird die laufende Nummer angegeben.

Tabelle 1.

Probe Nr.	Technische Bezeichnung	Legierungszusammensetzung			Schlußglühung	μ_A bei 20°C	Blechdicke
		Fe	Si	Ni			
1	Permenorm 3601	64	—	36	In normalem H_2 (0,8 gr H_2O pro m^3) bei 1050°C	$2755 \cdot \mu_0$	0,35 mm
2	„	64	—	36	In normalem H_2 (0,8 gr H_2O pro m^3) bei 1050°C	$2200 \cdot \mu_0$	0,15 mm
3	„	64	—	36	In normalem H_2 (0,8 gr H_2O pro m^3) bei 1050°C	$2120 \cdot \mu_0$	0,15 mm
4	„	64	—	36	In feuchtem H_2 (23 gr H_2O pro m^3) bei 1050°C	$1150 \cdot \mu_0$	0,35 mm
5	„	64	—	36	In feuchtem H_2 (23 gr H_2O pro m^3) bei 1050°C	$795 \cdot \mu_0$	0,15 mm
6	„	64	—	36	In H_2 mit C beladen bei 1050°C	$1690 \cdot \mu_0$	0,15 mm
7	Trafo-perm N1	97,5	2,45	—	In H_2 mit C beladen bei 670°C	$350 \cdot \mu_0$	0,21 mm

b) Meßapparatur.

Es wurde der Scheinwiderstand einer Spule mit einem Kern, der auf dem betreffenden Versuchsmaterial bestand, in einer Gegeninduktivitätsbrücke nach WILDE gemessen [7] und daraus die komplexe Permeabilität $\bar{\mu}$ bzw. der Kehrwert der komplexen Permeabilität $\bar{\psi}$ [4] als Funktion der Feldstärke und der Frequenz bestimmt. Zu diesem Zweck wurden die Kerne mit einer Koaxialleitung [7] bewickelt; die Windungszahl wurde so gehalten, daß die Eigenfrequenz der Spule (die experimentell bestimmt wurde) sehr viel höher als die höchste Meßfrequenz war. Die Induktivitäten lagen für die Messungen bei tiefen Frequenzen zwischen 5 und 50 mH, bei hohen Frequenzen bei einigen μH . Da die Variation von ψ_{LP} und ψ_{RP} durch die JORDAN-Nachwirkung nur wenige Prozent (s. Abb. 1, 3, u. 4) beträgt, mußte die Scheinwider-

andsbestimmung mit großer Genauigkeit erfolgen. In allgemeinen lag der Eigenfehler der Brücke unterhalb 1 ‰.

Elimination von Hysterese und Wirbelstrom.

Um eine sichere Extrapolation auf $\hat{H} = 0$ durchzuführen und um die Feldstärkeabhängigkeit der JORDAN-Nachwirkung bestimmen zu können, wurde der

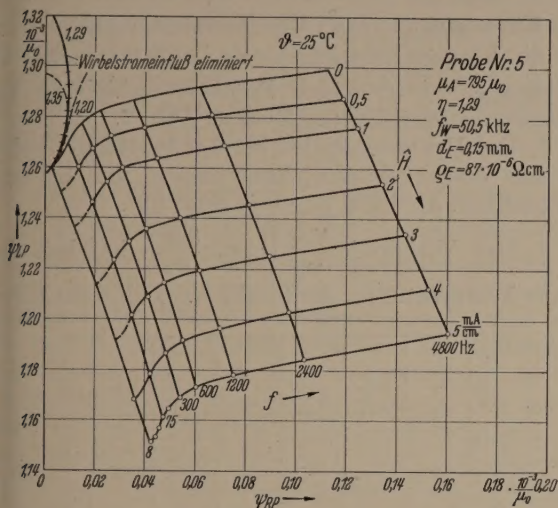


Abb. 1. Kehrwert der komplexen Permeabilität von Blech Nr. 5 bei 25°C bei tiefen Frequenzen.

Kehrwert der komplexen Permeabilität bei verschiedenen Feldstärken zwischen 0,5 und 10 $\frac{\text{mA}}{\text{cm}}$ gemessen.

Abb. 1 zeigt z. B. die an Probe Nr. 5 bei Zimmertemperatur gemessenen Werte und läßt erkennen, daß die Extrapolation auf verschwindende Feldstärke mit großer Sicherheit ausgeführt werden kann.

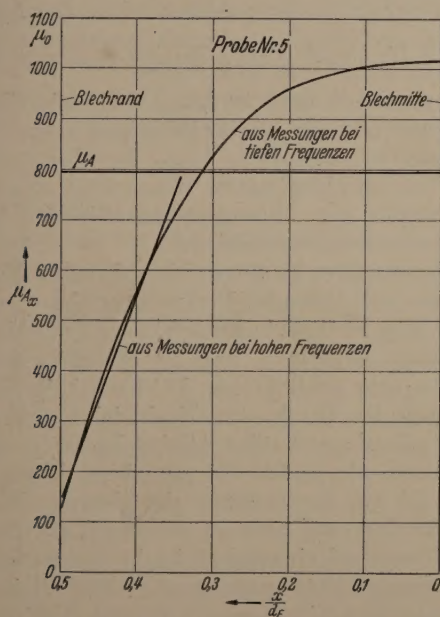


Abb. 2. Verteilung der lokalen Anfangspermeabilität von Blech Nr. 5, berechnet aus Messungen bei hohen und tiefen Frequenzen.

Zur Elimination der Einflüsse der Wirbelströme [5], [6], mußte der Wirbelstromanomaliefaktor η bekannt sein. Aus Messungen der komplexen Permeabilität bei hohen Frequenzen wurde ein Näherungswert für η bestimmt. Mit diesem Wert und einigen benachbarten Werten wurde der Einfluß der Wirbelströme auf die Ortskurve des Kehrwerts der kom-

plexen Permeabilität graphisch eliminiert. Aus der Schar der so erhaltenen restlichen Ortskurven wurde diejenige ausgewählt, die sowohl nach Realteil wie nach Imaginärteil einer Nachwirkungs Ortskurve entspricht [2]. Damit wurden gleichzeitig ein genauer Wert von η und die Ortskurve der komplexen reziproken An-

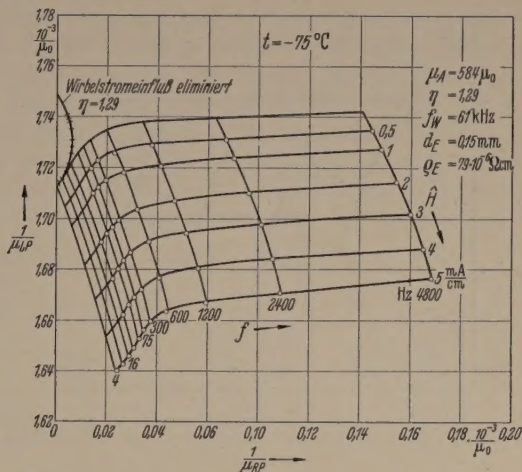


Abb. 3. Kehrwert der komplexen Permeabilität von Blech Nr. 5 bei -75°C bei tiefen Frequenzen.

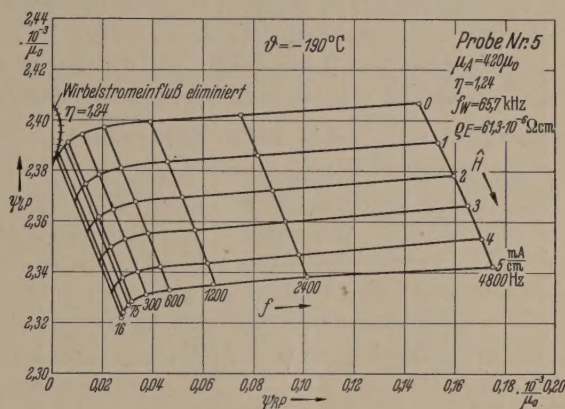


Abb. 4. Kehrwert der komplexen Permeabilität von Blech Nr. 5 bei -190°C bei tiefen Frequenzen.

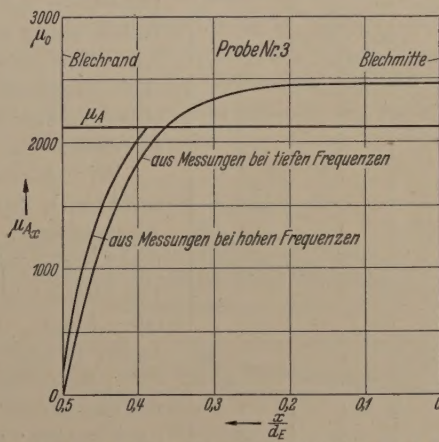


Abb. 5. Verteilung der lokalen Anfangspermeabilität von Blech Nr. 3, berechnet aus Messungen bei hohen und tiefen Frequenzen.

fangspermeabilität gefunden, die nun nur noch den Einfluß der Jordan-Nachwirkung zeigt. Diese lineare Elimination ist allerdings nur erlaubt, wenn entweder der nachwirkende Anteil der Anfangspermeabilität sehr klein ist oder wenn die mittlere Frequenz der Relaxation sehr klein gegen die Grenzfrequenz der Wirbelströme ist.

3. Meßergebnisse.

Als erstes wollen wir eine gemessene Ortskurve analysieren. Dazu betrachten wir uns als Beispiel Abb. 1, die den Kehrwert $\bar{\psi}$ der komplexen Permeabilität bei Zimmertemperatur zeigt. Auf der Ordinate ist ψ_{LP} , auf der Abszisse ψ_{RP} aufgetragen. Die Wirbel-

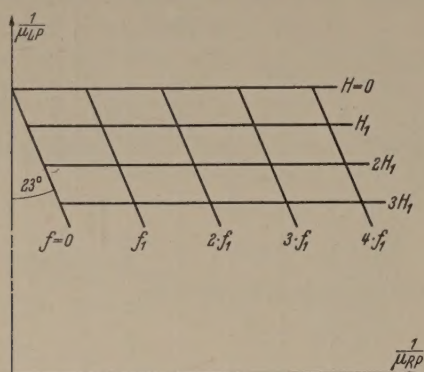


Abb. 6. Kehrwert der komplexen Permeabilität für den Fall, daß die RAYLEIGH-Gleichung gültig und keine Nachwirkung vorhanden ist.

stromgrenzfrequenz f_w dieses Materials bei Zimmertemperatur beträgt 50 kHz, die höchste Meßfrequenz 4800 Hz. Hätten wir in unserem Material nur Wirbelstrom- und Hystereseverluste, dann müßte in dem Frequenzbereich von 0 bis 5 kHz die Ortskurve für $\hat{H} \rightarrow 0$ annähernd eine Gerade parallel zur Abszisse mit dem Abstand $\frac{1}{\mu_A}$ sein (siehe dazu Abschnitt 7); ψ_{RP} wäre dann proportional der Frequenz, d. h. die Gerade müßte eine lineare Frequenzteilung tragen; siehe dazu Abb. 6. Wir nehmen an, daß dieses Material der RAYLEIGH-Beziehung gehorcht. Die Kurven konstanter endlicher Feldstärke gehen dann durch Parallelverschiebung dieser Geraden nach unten hervor, wobei die Ortskurven $\bar{\psi} = f(\hat{H})$ (Parameter ist die Frequenz) in unserem

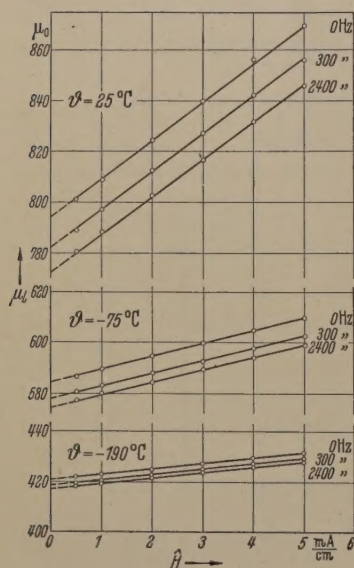


Abb. 7. Die gemessene Abhängigkeit der Induktivitätspermeabilität von der Feldstärke von Probe Nr. 5 bei +25°C, -75°C und -190°C.

rückzuführen. Wir sehen auch: Wenn wir den Wirbelstromeinfluß eliminieren, erhalten wir eine Nachwirkungsorbskurve. Wir bemerken jedoch, daß die Kurven konstanter Feldstärkeamplitude durch Par-

allelverschiebung auseinander hervorgehen. Aus entsprechenden Messungen an den Materialien der Tabelle 1 ergibt sich:

1. Die Größe der JORDAN-Nachwirkung ist bei Materialien, die dem RAYLEIGH-Gesetz gehorchen, unabhängig von der Feldstärke. Berechnen wir dann aus den gemessenen ψ_{LP} -Werten die μ_{LR} -Werte und tragen sie über der Feldstärke \hat{H} auf, so sehen wir, daß die Kurven $\mu_{LR} = f(\hat{H})$ Geraden sind, wobei — wir die Frequenz als Parameter benutzen — die Geraden $\mu_{LR} = f(\hat{H})$ durch Parallelverschiebung auseinander hervorgehen; siehe dazu Abb. 7.

2. Der Hysteresewinkel beträgt bei allen Blechen, die nur JORDAN-Nachwirkung zeigen, und bei allen Frequenzen, die klein gegen f_w sind, 23°.

3. Das Verhältnis $\frac{\psi_{AN}}{\psi_A}$ (bzw. $\frac{\mu_{AN}}{\mu_A}$) ist bei einer festen Temperatur für die Bleche Nr. 1 bis 6 annäher-

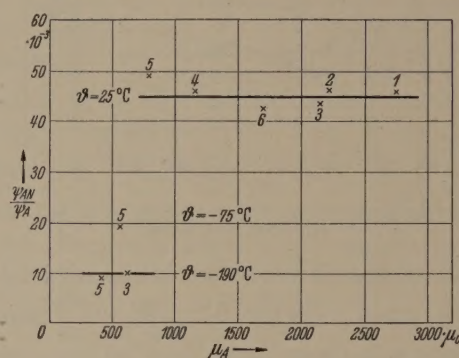


Abb. 8. Die Größe ψ_{AN}/ψ_A als Funktion der Anfangspermeabilität und Temperatur der Proben Nr. 1 bis 6.

gleich groß, d. h. unabhängig von der Größe der Anfangspermeabilität, wie es Abb. 8 zeigt. Der Ausdruck $\frac{\psi_{AN}}{\psi_A}$ ist nun für eine gegebene Zeitkonstantenverteilung τ_μ/τ_v proportional dem $\text{tg } \delta_{n \max}$. Da die Zeitkonstantenverteilung für alle Legierungen etwa dieselbe ist, können wir sagen: $\text{tg } \delta_{n \max}$ der JORDAN-Nachwirkung ist bei einer festen Temperatur unabhängig von der Größe der Anfangspermeabilität, d. h. weitgehend strukturunempfindlich.

4. Die mittlere Frequenz der JORDAN-Nachwirkung nimmt mit fallender Temperatur ab.

5. An den Nachwirkungsorbskurven der JORDAN-Nachwirkung sieht man, daß die Streuung der Zeitkonstanten sehr groß ist (ca. 10^4 bzw. 10^5). Das bedeutet, daß die Größe der Nachwirkung in einem sehr weiten Zeitbereich (über 4 Zeitdekaden) proportional bzw. in einem sehr großen Frequenzbereich proportional ist. Nun ist die Bestimmung der JORDAN-Nachwirkung in Blechen nach hohen Frequenzen hin durch die Wirbelströme stark eingeschränkt, besonders bei hoher Anfangspermeabilität und großer Blechdicke (d. h. kleinem f_w). Die allein durch die JORDAN-Nachwirkung bestimmte Ortskurve kann in der Regel nur unterhalb 4 kHz sicher bestimmt werden; bei Probe Nr. 5 verschiebt sich bei tiefen Temperaturen die mittlere Frequenz der JORDAN-Nachwirkung zu so niedrigen Werten, daß auch die obere Hälfte des Nachwirkungsbogens der Messung zugänglich wird (Abb. 6). Hierdurch ist sichergestellt, daß die JORDAN-Nachwirkung in Blechen nicht nur nach tiefen Frequenzen, sondern auch nach hohen Frequenzen begrenzt ist.

Dazu kommt ein Meßergebnis, das bei der Bestimmung der Desakkommodation an Fe-Si-Legierungen gewonnen wurde:

6. Bei Fe-Si-Blechen, die RICHTER-Nachwirkung zeigen und demnach eine Feldstärkeabhängigkeit der Permeabilität besitzen, wie sie Abb. 9 zeigt, tritt die JORDAN-Nachwirkung bei kleinen Feldstärken leicht auf.

Diese experimentellen Ergebnisse können nun zurechenbar durch eine Theorie erklärt werden, die von PREISACH [9] zum ersten Male angedeutet und von NÉEL [10] und STREET und WOOLLEY [11] unabhängig voneinander entwickelt wurde.

4. Die Grundzüge der NÉELschen Theorie.

Als physikalische Ursache betrachtet NÉEL thermische Fluktuationen der spontanen Magnetisierung im Innern des Ferromagnetikums. Die Temperaturabhängigkeit der Sättigungsmagnetisierung zeigt uns, daß der Bindungsenergie zwischen den einzelnen Spins ihre thermische Energie entgegenwirkt, die die parallel zueinander gekoppelten Spins regellos orientieren möchte. Dadurch treten Schwankungen der resultierenden Magnetisierung in einem WEISSschen Zirkel nach Größe und Richtung auf. Aus der Magnetostatik gilt das Gesetz:

$$\operatorname{div} \mathfrak{S} = -\varrho_m \quad (1)$$

ϱ_m = Raumladungsdichte von magnetischen Ladungen.

Im Bereich kleiner Feldstärken entsteht die außen am Blech meßbare Magnetisierung allein durch Blochwandverschiebungen. Einen Einfluß haben deshalb auch die Fluktuationen der spontanen Magnetisierung in der Umgebung der Blochwände. Nun ist eine Blochwand selbst eine Unstetigkeitsfläche für \mathfrak{S} ; \mathfrak{S} ändert dort seine Richtung. Damit nun $\varrho_m = 0$ ist, muß $\operatorname{div} \mathfrak{S} = 0$ sein. Das bedeutet, daß die Normalkomponenten der spontanen Magnetisierung links und rechts der Wand gleich groß sein müssen:

$$\operatorname{Div} \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_n^{(1)} - \mathfrak{S}_n^{(2)} = 0; \text{ d. h. } \mathfrak{S}_n^{(1)} = \mathfrak{S}_n^{(2)} \quad (2)$$

div = Flächendivergenz.

Ist nun durch die thermischen Fluktuationen von \mathfrak{S} , $\mathfrak{S}_n^{(1)} \neq \mathfrak{S}_n^{(2)}$, dann entstehen in der Nähe der BLOCH-Wand magnetische Ladungen, die magnetische Felder hervorrufen. Diese Felder ändern — wegen des Charakters der Fluktuationen — unregelmäßig ihre Richtung und ihre Größe; sie sind deshalb den elektrischen Rauschfeldstärken in ohmschen Widerständen ähnlich. Sie üben auf die BLOCH-Wand — wie eine von außen angelegte Feldstärke — eine Kraft aus. Zur Veranschaulichung der Wirkung dieser zusätzlichen Felder h_z benützen wir die PREISACHsche Modellvorstellung der Magnetisierungsvorgänge [9], [12], [13]. Wir teilen den ferromagnetischen Körper in einzelne Elementarbereiche auf. Jeder Bereich liefert zur Gesamtinduktion den Betrag $+dB$ oder $-dB$. Jeden Elementarbereich charakterisieren wir durch eine rechteckige Hystereseschleife mit 2 charakteristischen Feldstärken h_m und h_b . Nach einer Abmagnetisierung sind alle die Bereiche negativ magnetisiert, für die $h_m > 0$, alle Bereiche positiv magnetisiert, für die $h_m < 0$ ist. Wir betrachten uns als Beispiel die Elementarschleife in Abb. 10: Wenn die äußere Feldstärke $H = 0$ ist, ist der Bereich negativ magnetisiert.

Nach der klassischen Theorie kann er nur dann positiv werden, wenn die äußere Feldstärke $H > h_m + h_b$ wird. Nun überlagern sich im Innern des Ferromagnetikums diesem Feld H die zusätzlichen Felder h_z ; die im Innern wirksame Feldstärke beträgt: $H + h_z$. Wird zu irgendeinem Zeitpunkt $H + h_z = h_m + h_b$, wird der Bereich doch positiv und bleibt es auch, wenn $H > h_m$ ist. Analog zu den elektrischen Rauschfeldstärken nimmt die Häufigkeit der Amplitude von h_z mit wachsenden Werten ab; das heißt: Ist H nur wenig kleiner als $h_m + h_b$, so müssen wir nur kurze Zeit warten, bis der Bereich positiv wird; ist H sehr viel kleiner als $h_m + h_b$, dauert es lange Zeit, bis die Ummagnetisierung stattfindet. Das bedeutet:

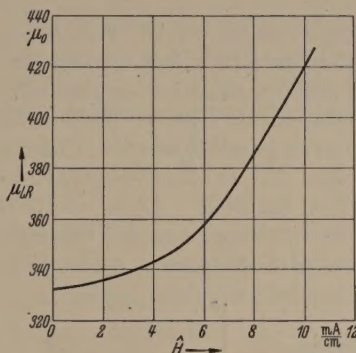


Abb. 9. Die Feldstärkeabhängigkeit der Reiheninduktivitäts-Permeabilität von Probe Nr. 7 bei Zimmertemperatur.

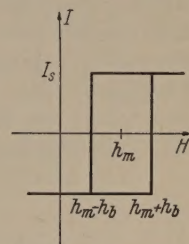


Abb. 10. Die Elementarschleife eines PREISACH-Bereichs.

Legen wir zur Zeit $t = t_0$ eine Feldstärke $H = H_0$ an unser Ferromagnetikum, dann springt die Induktion auf einen Zwischenwert; der Rest der Induktion stellt sich dann erst im Laufe der Zeit ein, wobei die Zunahme mit der Zeit immer geringer wird. Ein Teil der Induktion wirkt also nach. Wir können nun eine Erwartungszeit τ definieren, die im Mittel vergeht, bis eine bestimmte Amplitude von h_z auftritt. NÉEL postuliert nun:

$$h_z = S_v \cdot \ln \frac{\tau}{\tau_0} \quad (3)$$

S_v und τ_0 hängen nicht von h_m und h_b ab. Weiter können wir sagen: Je höher die Temperatur steigt, desto größer werden die Schwankungen, desto größer wird also die mittlere Amplitude. S_v enthält diese Temperaturabhängigkeit:

$$S_v = \sqrt{\frac{k T}{3 v \cdot \ln \tau / \tau_0}} \quad (4)$$

k = BOLTZMANN-Konstante,
 v = Volumen der BARKHAUSEN-Sprünge,
 T = absolute Temperatur.

Für die Bereiche, die zur Ummagnetisierung gerade das Zusatzfeld h_z benötigen, ist der Bruchteil der ummagnetisierten Bereiche zur Zeit t :

$$1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5)$$

Wir können die obigen Postulate auch theoretisch mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik herleiten, wobei wir allerdings die Amplitudenhäufigkeit in Abhängigkeit von der Amplitude von h_z kennen müssen. Nehmen wir eine exponentielle Abnahme an, dann erhalten wir die obigen Ergebnisse.

Zur besseren mathematischen Darstellung faßt man die Wirkung aller dieser fluktuierenden Felder h_z

im Innern des Ferromagnetikums zusammen und definiert ein *fiktives* magnetisches Nachwirkungsfeld $h_i(t)$, das der äußeren Feldstärke H überlagert wird. Wir wollen dabei betonen, daß dieses Nachwirkungsfeld $h_i(t)$ mit dem bisher beschriebenen Feld h_z nicht identisch ist. Aus den Messungen von BARBIER [14] wissen

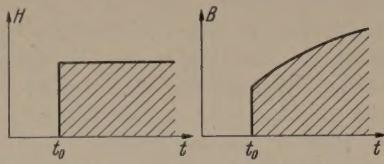


Abb. 11. Die Änderung der Induktion über der Zeit durch die JORDAN-Nachwirkung bei Anlegen einer konstanten Feldstärke.

wir, daß sich die Induktion, wenn wir zur Zeit $t = t_0$ ein zeitlich konstantes Gleichfeld H_0 anlegen, so ändert, wie wir es in Bild 11 rechts schematisch zeigen. Die Abhängigkeit der Amplitude dieser fiktiven Feldstärke $h_i(t)$ von der Zeit muß nun so gewählt werden, daß die Summe $H_0 + h_i(t)$ gerade die beobachtete Zeitabhängigkeit der Induktion herstellt. Diese Zeitabhängigkeit der Amplitude setzt sich aus der Summation einzelner Exponential-Funktionen zusammen,

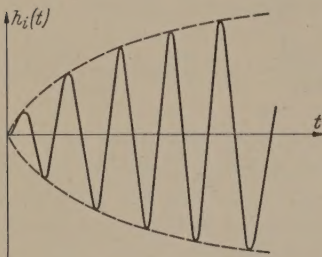


Abb. 12. Die Zeitabhängigkeit des Nachwirkungsfeldes $h_i(t)$.

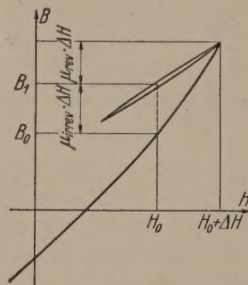


Abb. 13. Anstieg der mittleren Induktion infolge einer Sekundärschleife mit der Amplitude ΔH .

deren Zeitkonstanten in einem weiten Bereich streuen. Dem fluktuierenden Charakter der einzelnen physikalischen Felder tragen wir dadurch Rechnung, daß wir dieses zusätzliche fiktive Feld $h_i(t)$ dauernd seine Richtung ändern lassen (Abb. 12). Seine Frequenz hat man dabei sehr groß gegen die Frequenz des äußeren Feldes anzunehmen, andernfalls würde nämlich die Nachwirkung verschwinden.

Jetzt wollen wir die Änderung der mittleren Induktion mit der Zeit betrachten, wenn wir dem zeit-

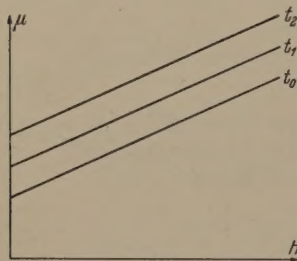


Abb. 14. Die Feldstärkeabhängigkeit der Permeabilität mit der Zeit als Parameter bei Vorhandensein der JORDAN-Nachwirkung.

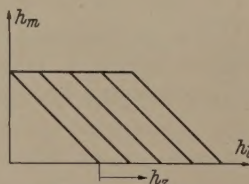


Abb. 15. Aufteilung des PREISACH-Diagramms.

lich konstanten Feld H ein Wechselfeld mit einer mit der Zeit zunehmenden Amplitude $h_i(t)$ überlagern; dazu betrachten wir uns Abb. 13, die den Vorgang für eine bestimmte Amplitude (d. h. zu einer bestimmten Zeit) illustriert. Legen wir außen die Feldstärke H_0 an, dann

stellt sich die Induktion B_0 ein. Fügen wir zu H_0 zusätzliches Feld ΔH hinzu, dann erhalten wir

$$\Delta B = (\mu_{rev} + \mu_{irrev}) \cdot \Delta H.$$

Geht ΔH wieder auf Null zurück, dann kommen nicht mehr auf den ursprünglichen Punkt der Hystereseschleife zurück, sondern wir erhalten eine kleine Änderung

$$-\Delta B' = -\mu_{rev} \cdot \Delta H.$$

(Nimmt die Gesamtfeldstärke auf $H_0 - \Delta H$ ab und dann wieder auf H_0 zu, so ändert sich nichts, wir halten wieder den alten Punkt.) Unsere mittlere Induktion ist durch dieses zusätzliche Wechselfeld auf einen höheren Wert

$$B_1 = B_0 + \mu_{irrev} \cdot \Delta H$$

gestiegen.

Gehorcht nun der aufsteigende Ast der Hystereseschleife dem RAYLEIGH-Gesetz:

$$B = \mu_A \cdot H + v \cdot H^2,$$

dann ist

$$\frac{dB}{dH} = \mu_A + 2v \cdot H, \quad \text{d. h.}$$

$$\mu_{rev} = \mu_A; \quad \mu_{irrev} = 2v \cdot H.$$

Wenn wir somit unserem Gleichfeld H_0 ein kleines Wechselfeld mit der Amplitude $h_i(t)$ überlagern, dann ist die Erhöhung der mittleren Induktion

$$\Delta B = 2v \cdot H \cdot h_i(t).$$

Wir erhalten als erweitertes RAYLEIGH-Gesetz:

$$B = (\mu_A + 2v \cdot h_i(t)) \cdot H + v \cdot H^2.$$

Der Effekt, der die JORDAN-Nachwirkung hervorruft, wirkt wie wir eben gesehen haben, nur auf irreversiblen Anteil der Induktion, der reversible Anteil wird überhaupt nicht beeinflusst. An Formeln können wir jedoch die überraschende Tatsache feststellen, daß die Auswirkung des Effekts so ist, als ob allein die Anfangspermeabilität sich ändern würde. tritt nämlich zu μ_A der Anteil $2v \cdot h_i(t)$ dazu, der die JORDAN-Nachwirkung bestimmt. Zeichnen wir in einem Diagramm die Permeabilität $\mu = \frac{B}{H}$ als Funktion von H auf, dann erhalten wir — wenn wir die Permeabilität als Parameter wählen — für verschiedene Zeiten einander parallele Geraden (Abb. 14). Das bedeutet, daß die JORDAN-Nachwirkung ist feldstärkenunabhängig (Punkt 1 der Meßergebnisse).

5. Die Zeitkonstantenverteilung der JORDAN-Nachwirkung.

Legen wir an unseren Körper eine Gleichfeldstärke H_0 , dann stellt sich eine bestimmte Induktion B_0 ein, die — wie wir am PREISACH-Modell [9], [20] erkennen — proportional der von der Feldstärkenfront überstrichenen Fläche ist. Überlagern wir jetzt diese Feldstärke H_0 mit einem Wechselfeld mit der Amplitude h_0 , dann ist dies eine mittlere Vergrößerung der Induktion proportional $H_0 \cdot h_0$, wie an Abb. 15 sehen können. Wir teilen nun in Abb. 15 die Fläche oberhalb der Feldstärkenfront in schmale Bänder auf, deren Grenzen parallel zur Feldstärkenfront verlaufen. Diese Bereiche haben alle die Möglichkeit, noch positiv zu werden, jedoch braucht jedes Band eine mittlere zusätzliche Feldstärke h_z und ist deshalb mit einem τ charakterisiert entsprechend einer Exponentialfunktion

$$h_z = S_v \cdot \ln \frac{\tau}{\tau_0}.$$

Vie wir an Abb. 15 sehen, sind die Flächen dieser Bänder alle gleich groß. Da aus der Gültigkeit der RAY-LEIGH-Beziehung geschlossen wird, daß die Belegungsichte im h_m/h_b -Diagramm für $h_m \ll H_c$ und $h_b \ll H_c$ constant ist (H_c = Koerzitivkraft), ist die Zahl der REISACH-Bereiche, die ein bestimmtes $\ln \tau$ benützen, für alle $\ln \tau$ gleich groß. Daraus ergibt sich, daß die Verteilungsfunktion eine Konstante ist für $g(\tau) = (\ln \tau)$. Diese konstante Verteilung reicht nun nicht von $\tau = 0$ bis $\tau = \infty$, sondern hat eine untere und obere Grenze, τ_v und τ_μ . Die theoretische quantitative Bestimmung dieser Grenzen fehlt noch. Die obere Grenze hängt offensichtlich mit der Größe der Koerzitivkraft des betreffenden Materials zusammen (je kleiner H_c , desto kleiner τ_μ), die untere Grenze mit der höchsten Frequenz der fluktuierenden Felder.

Bestimmen wir nun experimentell die komplexe Anfangspermeabilität in Abhängigkeit von der Frequenz, dann finden wir für die JORDAN-Nachwirkung Ortskurven, die sehr breiten Zeitkonstantenspektren entsprechen (Punkt 5 der Meßergebnisse). Das bedeutet, wie wir schon früher ausgeführt haben: Die Verlustkomponente der JORDAN-Nachwirkung bleibt über einen großen Frequenzbereich praktisch konstant. Ist der nachwirkende Anteil klein gegen den nicht nachwirkenden, dann können wir auch sagen:

Der Nachwirkungsverlustwinkel ist frequenzunabhängig. Die Rechnung ergibt [15]

$$\operatorname{tg} \delta_N = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\mu_n}{\mu_A} \cdot \frac{1}{\ln \tau_\mu / \tau_v} \quad (13)$$

Der Nachwirkungsanteil der Permeabilität lautet nun

$$\mu_n = 2 \nu \cdot S_v \quad (14)$$

also

$$\operatorname{tg} \delta_N = \frac{\pi}{\ln \tau_\mu / \tau_v} \cdot \frac{\nu \cdot S_v}{\mu_A} \quad (15)$$

6. Strukturempfindlichkeit des Verlustwinkels.

Wir erweitern Gl. (15) mit der Koerzitivkraft H_c :

$$\operatorname{tg} \delta_N = \frac{\pi}{\ln \tau_\mu / \tau_v} \cdot \frac{\nu \cdot H_c}{\mu_A} \cdot \frac{S_v}{H_c} \quad (16)$$

Wie BARBIER [16] in Abb. 1 zeigt, ist für Materialien mit Koerzitivkräften zwischen 0,1 Oe und 1000 Oe die Größe S_v/H_c praktisch eine Konstante. Weiter entnehmen wir einer Arbeit von NÉEL [17], daß sich das Verhältnis $\frac{\nu H_c}{\mu_A}$ für Materialien mit Koerzitivkräften zwischen 0,3 Oe und 52 Oe nur sehr wenig ändert. Das bedeutet also, daß der Verlustwinkel $\operatorname{tg} \delta_N$ eine strukturempfindliche Größe ist; dies gilt allerdings nur bei konstanter Temperatur (Punkt 3 der Meßergebnisse).

7. Der Hysteresewinkel bei Vorhandensein der JORDAN-Nachwirkung.

Als nächstes wollen wir den Zusammenhang zwischen der JORDAN-Nachwirkung, der Feldstärkeabhängigkeit der komplexen Permeabilität und dem Hysteresewinkel betrachten. Es ist bekannt [4], wie man für eine feste vorgegebene Frequenz der sinusförmig angenommenen Feldstärke die komplexe Permeabilität berechnet. Vorgegeben:

$$H = \hat{H} \cdot \cos \omega t.$$

Es ergibt sich dann für die Reiheninduktivitäts-Permeabilität μ_{LR} unter Berücksichtigung der JORDAN-Nachwirkung

$$\mu_{LR} = \mu_A + \operatorname{Re} \{ \mu_n(\omega) \} + 2 \nu \cdot \hat{H}; \quad (17)$$

entsprechend für die Reihenwiderstands-Permeabilität μ_{RR}

$$\mu_{RR} = \frac{8}{3\pi} \cdot \nu \cdot \hat{H} + \operatorname{Im} \{ \mu_n(\omega) \}. \quad (18)$$

Dann lautet der Ausdruck für die komplexe Permeabilität

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mu} &= \mu_{LR} - j \mu_{RR} = \mu_A + \operatorname{Re} \{ \mu_n(\omega) \} \\ &+ 2 \nu \cdot \hat{H} - j \left[\frac{8}{3\pi} \cdot \nu \cdot \hat{H} + \operatorname{Im} \{ \mu_n(\omega) \} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Für eine feste Frequenz (d. h. $\bar{\mu}_n(\omega) = \text{const.}$) erhalten wir also für $\bar{\mu} = \bar{\mu}(\hat{H})$ eine Gerade als Ortskurve. Der Winkel α , den diese Gerade mit der Ordinatenachse, bzw. einer Parallelen dazu bildet, ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{8}{3\pi} \cdot \nu \cdot \hat{H}}{2 \nu \cdot \hat{H}} = \frac{4}{3\pi}. \quad \alpha = 23^\circ. \quad (20)$$

α = Hysteresewinkel.

Der Hysteresewinkel muß also immer 23° betragen. Dies zeigen auch die Meßergebnisse (Punkt 2).

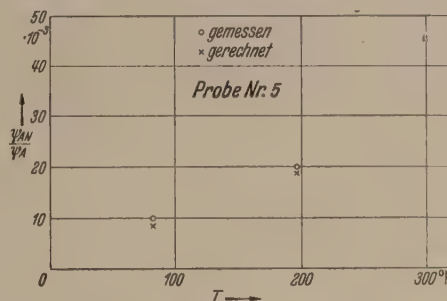


Abb. 16. Die Temperaturabhängigkeit der Größe ψ_{AN}/ψ_A für Probe Nr. 5.

8. Die Temperaturabhängigkeit der JORDAN-Nachwirkung.

Für den Verlustwinkel $\operatorname{tg} \delta$ fanden wir

$$\operatorname{tg} \delta_N = \frac{\pi}{\ln \tau_\mu / \tau_v} \cdot \frac{\nu \cdot S_v}{\mu_A} \quad (21)$$

Für die Temperaturabhängigkeit von S_v ergab sich

$$S_v = \text{const.} \cdot \sqrt{k \cdot T}, \quad (22)$$

also

$$\operatorname{tg} \delta_N = \frac{\text{const.} \cdot \pi}{\ln \tau_\mu / \tau_v} \cdot \nu \cdot \frac{\sqrt{k T}}{\mu_A} \quad (23)$$

Wir betrachten dazu Abb. 16. Die Kreise sind die gemessenen Verhältnisse $\frac{\psi_{AN}}{\psi_A}$ von Probe Nr. 5. Das

Verhältnis $\frac{\tau_\mu}{\tau_v}$ bleibt über dem ganzen Temperatur-Bereich etwa erhalten, wie wir schon an der Form der Nachwirkungs Ortskurven sehen können. Setzen wir $\tau_\mu / \tau_v = \text{const.}$, dann ist

$$\frac{\psi_{AN}}{\psi_A} = C \cdot \nu \cdot \frac{\sqrt{T}}{\mu_A} \quad (24)$$

Der gerechnete Temperaturgang von $\frac{\nu \sqrt{T}}{\mu_A}$ muß also mit dem gemessenen Temperaturgang des Verhältnisses $\frac{\psi_{AN}}{\psi_A}$ übereinstimmen, wenn die theoretisch herge-

leitete Temperaturabhängigkeit von S_v richtig sein soll. Die Konstante C wurde so gewählt, daß der gemessene und der gerechnete Punkt bei $+298^\circ \text{K}$ zusammenfallen. Wir sehen, die Übereinstimmung ist recht gut. Die Werte für ν und μ_A wurden der Abb. 7 entnommen.

9. Die Feldstärkeabhängigkeit der JORDAN-Nachwirkung.

Der Nachwirkungsanteil μ_n ist

$$\mu_n = 2 \nu \cdot S_v. \quad (25)$$

Er setzt sich aus dem Produkt der Hysteresekoeffizienten ν und der Größe S_v , die nach Definition die Dimension einer Feldstärke hat, zusammen. Wie BARBIER [18] zeigt, ist die Größe S_v von der äußeren Feldstärke unabhängig.

Nach der RAYLEIGH-Beziehung ist ν ebenfalls feldstärkeunabhängig. Für Materialien, die dem RAYLEIGH-Gesetz gehorchen, ist die Größe der JORDAN-Nachwirkung feldstärkeunabhängig. Dies zeigen auch die gemessenen Ortskurven (Abb. 1, 3, 4). Besitzt ein Material nun zusätzlich noch eine Nachwirkung vom Typ der RICHTER-Nachwirkung, dann tritt wegen der Feldstärkeabhängigkeit dieser Nachwirkungsart [19] eine Abweichung vom RAYLEIGH-Verhalten auf, die auf eine Feldstärkeabhängigkeit der Permeabilität führt, wie sie in Abb. 9 zu sehen ist. ν wird feldstärkeabhängig: für kleine Feldstärken ist ν sehr klein und wächst mit steigender Feldstärke, d. h. die JORDAN-Nachwirkung ist bei kleinen Feldstärken praktisch verschwunden (Punkt 6 der Meßergebnisse).

Zusammenfassung.

Die JORDAN-Nachwirkung kann in allen ferromagnetischen Materialien an der komplexen Permeabilität beobachtet werden. Es werden Messungen der

komplexen Permeabilität als Funktion der Frequenz der Feldstärke und der Temperatur mitgeteilt, die den Einfluß der JORDAN-Nachwirkung im Einzelnen kennen lassen. Es wird die Theorie der irreversiblen magnetischen Nachwirkung von NÉEL zur physikalischen Erklärung herangezogen. Die Messungen stehen mit dieser Theorie in guter Übereinstimmung. Danach ist die JORDAN-Nachwirkung auf BARKHAUSE-Sprünge zurückzuführen, die durch thermische Fluktuationen der Magnetisierung verspätet ausgelöst werden. Wir danken Herrn Dr. ASSMUS, Vacuum-Schmelze Hanau, für die Herstellung und Überlieferung der Blechproben.

Literatur. [1] JORDAN, H.: Elektr. Nachrichtentechnik S. 7 (1924). — [2] FELDTKELLER, R. und H. HETTICH: angew. Phys. 2, S. 494 (1950). — EINSELE, TH. u. F. BAUR: angew. Phys. 3, S. 373 (1951). — FELDTKELLER, R. u. KOLB: Z. angew. Phys. 4, S. 448 (1952). — [3] SORGER, G.: angew. Phys. 5, 406 (1953). — [4] FELDTKELLER, R.: Spul- und Übertrager, Bd. 1, Hirzel 1949. — [5] WOLMAN, W.: techn. Phys. 10, 595 (1929). — [6] WOLMAN, W.: Z. techn. Phys. 13, 330 (1932). — [7] WILDE, H.: AEÜ 6, 354 (1952). — [8] FELDTKELLER, R., H. WILDE u. HOFFMANN: Z. angew. Phys. 3, 401 (1951). — [9] PREISACH, M.: Z. Phys. 94, 277 (1935). — [10] NÉEL, L.: J. de Phys. et le Rad. 11, 49 (1950). — [11] STREET, R. u. J. C. WOOLLEY: Po office discussion of soft magnetic materials, Nr. 31, 1952, London. — [12] WEISS, P. u. J. FREUDENREICH: Arch. Sc. Phys. Nat. Geneve 42, 449 (1916). — [13] NÉEL, L.: Cahiers de Physique 8, 65 (1942). — 12, 1 (1942), 13, 18 (1943). — [14] BARBIER, J. C.: C. R. 230, 1950, S. 1040. Post office discussion of soft magnetic materials, Nr. 26, 1952, London. — [15] BECKER, R. u. W. DÖRING: Ferromagnetismus, Springfield 1939, S. 250. — [16] BARBIER, J. C.: J. de Phys. et le Rad. 3, 352 (1951). — [17] NÉEL, L.: Cahiers de Physique 13, 24 (1944). — [18] BARBIER, J. C.: Theses, Grenoble, 1952. — [19] SORGER, G.: Frequenz (im Druck). — [20] FELDTKELLER, R. u. SORGER, AEÜ 7, (1953), S. 79.

Prof. Dr. RICHARD FELDTKELLER, Dr. GÜNTHER SORGER
Institut für Nachrichtentechnik der T. H. Stuttgart

Angenäherte Berechnung des Kippvorganges und der Einsatzverzögerung beim Multivibrator.

Von GERHARD HAAS.

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. Dezember 1953.)

1. Einleitung.

Neben dem ursprünglichen Verwendungszweck, nämlich der Erzeugung von Rechteck- und Sägezahnspannungen, wird der Multivibrator heute oft auch dort verwendet, wo es auf die Darstellung, Auslösung oder Messung sehr schnell verlaufender Vorgänge ankommt. So kann man die steilen und in gewissen Bereichen linearen Flanken der Rechteckimpulse beispielsweise zur Zeitablenkung in Impulsszillographen ausnutzen. In diesen und ähnlichen Fällen besitzt die Frage nach dem Verlauf der Impulsflanken und deren Abhängigkeit von den verwendeten Schaltelementen Bedeutung. Auch lassen sich Multivibratorschaltungen dort, wo es nicht auf die formgetreue Übertragung von Impulsen, sondern nur auf deren zeitliche Lage ankommt, als Impulsverstärker verwenden, wie von KROEBEL [1] und KROEBEL und STUTZER [2] gezeigt wurde. Hier ist die Zeitdauer von Bedeutung, die vom Augenblick der beginnenden Instabilität des Multivibrators bis zum beginnenden Impulseinsatz an den

Anoden verstreicht. Die Bestimmung dieser Verzögerungszeit ist durch die vereinfachte Behandlung des Kippvorganges unter Verwendung von linearen Röhrenkennlinien [3, 4] nicht möglich, da sich während des Kippens die Steilheiten der Röhren im allgemeinen um mehrere Zehnerpotenzen ändern. Das fragliche Problem soll hier daher unter Berücksichtigung des tatsächlichen Verlaufes der Röhrenkennlinien angegangen werden. Wie sich zeigen wird, ist die Berechnung näherungsweise durchführbar, doch gibt sie die Erfahrung gut wieder und zeigt die Gründe auf, von denen die Verzögerungszeit abhängig ist.

Abb. 1a zeigt die bekannte Schaltung eines selbsttätig kippenden Multivibrators mit Pentoden. Neben den tatsächlichen Schaltelementen sind auch die wirksamen schädlichen Parallelkapazitäten C_1 und C_2 eingezeichnet. Sie setzen sich aus den Röhrenausgangskapazitäten C_{A1} und C_{A2} , den Eingangskapazitäten C_{E1} und C_{E2} und den Schaltkapazitäten C_{S1} und C_{S2} zusammen. Da im allgemeinen die Koppelkondensatoren

K_1 und K_2 bedeutend größer sind als die Ausgangskapazitäten, kann man sich diese auch am Steuergitter der nächsten Röhre wirksam denken, so daß gilt

$$C_1 = C_{E1} + C_{A2} + C_{S1}, \quad (1)$$

$$C_2 = C_{E2} + C_{A1} + C_{S2}. \quad (2)$$

Zur Erklärung der Wirkungsweise des Multivibrators sei von dem Augenblick ausgegangen, wo durch Öffnung der Röhre II an der Anode ein Spannungssprung nach unten stattgefunden hat. Für diesen rasch verlaufenden Vorgang stellt der Koppelkondensator einen Kurzschluß dar, so daß die gesamte Spannungsänderung auch am Gitter der Röhre I erscheint. In diesem Augenblick besitzt also die Röhre I eine im allgemeinen weit im Anlaufgebiet liegende negative Gitterspannung von der Größe der Impulsspannung an der Anode der Röhre II, während die Röhre II durch Steuerung auf die Gitterspannung null geöffnet ist. Die Umladung des Koppelkondensators K_1 entsprechend der Spannungsänderung an der Anode der Röhre II setzt über den Gitterableitwiderstand r_1 ein. Die Gitterspannung steigt demzufolge exponentiell an, wobei Röhre I zunächst praktisch gesperrt bleibt und infolgedessen

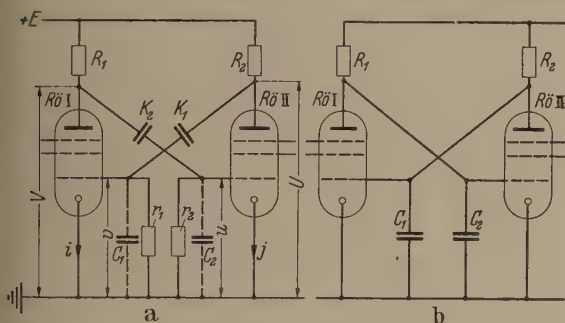


Abb. 1. a) Schaltung des Multivibrators. b) Ersatzschaltbild für schnelle Spannungsänderungen.

noch keine Rückkopplung über die Röhre II stattfindet. Nach genügender Abnahme der negativen Gitterspannung beginnt die Steuerwirkung der Röhre I, ihre Anodenspannung sinkt demzufolge und damit auch die Gitterspannung an der Röhre II, wodurch deren Anodenspannung steigt und die Gitterspannung der Röhre I zusätzlich gehoben wird. Es kommt so zu einer sehr schnellen Öffnung der Röhre I bei gleichzeitiger Sperrung der Röhre II. Da die Steuerbereiche der Röhren im allgemeinen bedeutend kleiner sind als die Impulsspannungen an den Anoden, ist die Gitterspannung der Röhre I schon null geworden, bevor die Anodenspannung der Röhre II ihren, der Änderung des Anodenstroms entsprechenden Endwert erreicht hat und die Röhre II schon gesperrt, bevor die Anodenspannung der Röhre I auf den der Öffnungsphase entsprechenden Wert gesunken ist. Da infolge des Gitterromeinsatzes die Gitterspannung der Röhre I auch weiter in der Nähe des Wertes null gehalten wird, ist der weitere Spannungsverlauf durch die Ladung bzw. Entladung der an den Anoden liegenden Parallelkapazitäten bestimmt. An der Anode I liegt weiter die schädliche Parallelkapazität C_2 , während an der Anode II neben der Ausgangskapazität C_{A2} jetzt noch zusätzlich der Koppelkondensator K_1 aufgeladen werden muß — ein Umstand, auf den von KROEBEL [1] bereits hingewiesen wurde — da durch den Gitterstrom der Röhre I das Gitter und damit die Gitterseite des Kondensators K_1 in Nähe der Kathodenspannung gehalten wird. Nach beendeter Entladung dieser Parallel-

kapazität steigt nun die Gitterspannung der Röhre II exponentiell an, der Vorgang wiederholt sich mit vertauschten Rollen der Röhren. Die Spannungsverläufe an den Anoden und Steuergittern, die sich während der Öffnung der Röhre I und Sperrung der Röhre II ergeben, zeigt Abb. 2. Beim Multivibrator handelt es sich also im Grunde um eine Verstärkeranordnung, bei der die Anodenspannung der einen Röhre durch eine zweite Röhre verstärkt und mit richtigem Vorzeichen wieder dem Steuergitter zugeführt wird. Die so bedingte sehr starke, wechselseitige Rückkopplung verursacht den raschen Übergang vom gesperrten in den geöffneten Zustand der Röhren, wobei sich die Rollen der Röhren periodisch vertauschen.

Bei der mathematischen Behandlung des beschriebenen Vorganges werden für die häufig auftretenden und aus der Abb. 1 nicht ersichtlichen Größen folgende Zeichen benutzt:

- | | | |
|-----------------------|--|----------------|
| $V \dots$ | Spannung an der Anode | } der Röhre I |
| $v \dots$ | Gitterspannung | |
| $v_0 \dots$ | Anfangswert der Gitterspannung | |
| $v_K \dots$ | Gitterspannung beim Kippeinsatz | |
| $y = v - v_K \dots$ | vom Punkte v_K aus gezählte Gitterspannung | |
| $\sigma \dots$ | Steigung der Gitterspannung im Spannungszeitverlauf | |
| $S(v) \dots$ | Kennliniensteilheit in Abhängigkeit von der Gitterspannung | |
| $S_0 \dots$ | Kennliniensteilheit im linearen Teil der Kennlinie | |
| $p_1 = R_1 C_1 \dots$ | Zeitkonstante an der Anode | |
| $i(v) \dots$ | Anodenstrom in Abhängigkeit von der Gitterspannung | |
| $I \dots$ | maximaler Anodenstrom bei der Gitterspannung $v = 0$ | } der Röhre II |
| $\sigma_0 \dots$ | Steigung der Gitterspannung im Punkte v_K | |
| $U \dots$ | Spannung an der Anode | |
| $u \dots$ | Gitterspannung | |
| $u_0 \dots$ | dem Werte $v = 0$ entsprechende Gitterspannung | |
| $\tau \dots$ | Steigung im Spannungszeitverlauf der Gitterspannung | |
| $P(u) \dots$ | Kennliniensteilheit in Abhängigkeit von der Gitterspannung | |
| $P_0 \dots$ | Kennliniensteilheit im linearen Kennlinienteil | |
| $p_2 = C_2 R_2 \dots$ | Zeitkonstante an der Anode | |
| $j(u) \dots$ | Anodenstrom in Abhängigkeit von der Gitterspannung | |
| $J \dots$ | maximaler Anodenstrom bei der Gitterspannung $u = 0$ | |
| $\tau_0 \dots$ | Steigung der Gitterspannung im Punkte v_K . | |

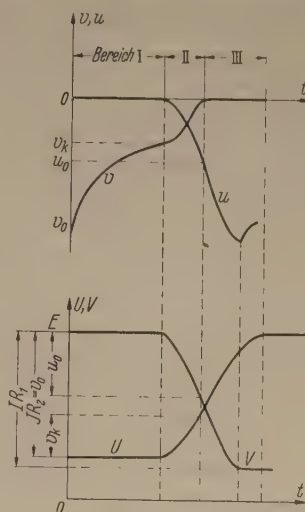


Abb. 2. Verlauf der Gitterspannungen u , v und der Anodenspannungen U , V bei Öffnung der Röhre I und Sperrung der Röhre II.

Nach der oben geschilderten Wirkungsweise hat beim Multivibrator das Kriterium für die Selbsterregung, das Produkt von Verstärkungs- und Rückkopplungsfaktor die Form

$$N = R_1 R_2 S P, \quad (3)$$

wenn S und P die Steilheiten der Röhren I und II in einem bestimmten Augenblick bedeuten. Bei dem oben geschilderten Übergang der Röhre I vom gesperrten in den geöffneten Zustand arbeitet die Röhre I zunächst im Anlaufgebiet, wo der Anodenstrom i und die Steilheit S den Gesetzen gehorchen

$$i = A e^{\alpha v} \quad \text{bzw.} \quad S = \frac{di}{dv} = \alpha i, \quad (4)$$

während sich die Gitterspannung u auf dem linearen Teil der Kennlinie mit der Steilheit P_0 bewegt, womit für das obige Produkt N gilt:

$$N = \alpha R_1 R_2 A P_0 e^{\alpha v}.$$

Solange dieses Produkt kleiner als eins ist, wird der exponentielle Verlauf der Gitterspannung v durch die Rückkopplung nicht entscheidend beeinflusst werden. Im Augenblick jedoch, wo

$$\alpha R_1 R_2 A P_0 e^{\alpha v} = 1 \quad (5)$$

geworden ist, tritt Selbsterregung ein, wobei zusätzlich die Verstärkung wegen der mit abnehmender Gitterspannung v anwachsenden Steilheit S zunimmt, so daß das Anschwingen rasch (in etwa 10^{-7} sec) vor sich geht, es kommt zur Kippung. Für die kritische Gitterspannung v_K , bei der das Kippen einsetzt, folgt aus (5) die Beziehung

$$v_K = -\frac{1}{\alpha} \ln \alpha A P_0 R_1 R_2. \quad (6)$$

Diese wichtige Größe hängt also von den Arbeitswiderständen R_1 , R_2 und den Eigenschaften der verwendeten Röhren ab.

An Hand der Abb. 2 lassen sich die Spannungsverläufe in drei Abschnitte einteilen:

Bereich I: Die Gitterspannung v ist negativer als die Kippeinsatzspannung v_K :

$$v_0 < v_I < v_K.$$

Die Gesamtverstärkung (3) ist kleiner als eins, so daß die Rückkopplung den exponentiellen Verlauf der Gitterspannung

$$v = v_0 e^{-t/r_1 K_1} \quad (7)$$

nicht allzu sehr beeinflussen wird. Da v_K im allgemeinen im unteren Anlaufgebiet der Röhre I liegt, bleiben die Anodenspannungen praktisch unverändert und die Gitterspannung u der Röhre II bleibt null.

Die Vorgänge im Bereich I bestimmen im wesentlichen die Kipperiode. Die Anfangsspannung v_0 gleicht der Höhe des Anodenspannungsimpulses an der Röhre II, also

$$v_0 = J R_2.$$

Die Zeit bis zum Punkte v_K , die aus (6) und (7) folgt

$$T_I = r_1 K_1 \ln \left[\frac{\alpha J R_2}{\ln (\alpha A P_0 R_1 R_2)} \right]$$

bestimmt die Dauer des Impulses. Da im allgemeinen die Zeit zur Ausbildung der Impulsflanken bedeutend kleiner ist als die Impulsdauer, folgt mit der entsprechenden Beziehung für die Kippspannung u_K angenähert für die Kipperiode

$$T \approx r_1 K_1 \ln \left[\frac{\alpha J R_2}{\ln (\alpha A P_0 R_1 R_2)} \right] + r_2 K_2 \ln \left[\frac{\beta I R_1}{\ln (\beta \beta S_0 R_1 R_2)} \right].$$

Sie wird in der Hauptsache durch die Zeitkonstante $r_1 K_1$ und $r_2 K_2$ bestimmt, hängt aber auch von den Röhreneigenschaften und den Arbeitswiderständen ab.

Bereich II: Die Gitterspannung v hat den Wert v_K überschritten, die Gesamtverstärkung (3) wird größer als eins, das Kippen setzt ein.

$$v_K < v_{II} < 0.$$

Das Ende dieses Bereiches wird erreicht, wenn die Gitterspannung v_{II} infolge des einsetzenden Gitterstromes trotz weiterem Ansteigen der Anodenspannung U bei etwa null Volt festgehalten wird. In diesem Bereich arbeitet die Rückkopplung über die Röhre II voll, beide Kennlinien werden von den Gitterspannungen durchlaufen. Dieser Abschnitt stellt den Steuerbereich des Multivibrators dar.

Bereich III: Die Röhre I liefert bei etwa 0 Volt Gitterspannung den festen Strom I , die Auf- bzw. Entladung der an den Anoden liegenden Kapazitäten geht weiter auf die durch die Maximalströme der Röhre und die Arbeitswiderstände gegebenen Endwerte.

Bei Grenzen der Bereiche sind nicht scharf. Der Übergang von Bereich I in II ist wegen des Anodenstromes, vom Bereich II in III wegen der stetigen Gitterstromkennlinie fließend. Während der Bereich I für den Spannungsverlauf an den Anoden ohne Bedeutung und der Bereich III mit einfachen Exponentialgesetzen zu erfassen ist, macht die Berechnung des Spannungsverlaufes im Bereich II Schwierigkeiten, verursacht durch den krummlinigen Verlauf der Kennlinien, also den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Anodenstrom und Gitterspannung.

Aus dem Schaltbild Abb. 1a erhält man mittels der KIRCHHOFFSchen Gleichungen für die Gitterspannungen u und v die Differentialgleichungen:

$$C_2 R_1 \ddot{u} + \left(1 + \frac{R_1}{r_2} + \frac{C_2}{K_2}\right) \dot{u} + \frac{u}{r_2 K_2} = -R_1 \frac{di(v)}{dt} \quad (8)$$

$$C_1 R_2 \ddot{v} + \left(1 + \frac{R_2}{r_1} + \frac{C_1}{K_1}\right) \dot{v} + \frac{v}{r_1 K_1} = -R_2 \frac{dj(u)}{dt}. \quad (9)$$

Dieses System gilt streng, solange kein Gitterstrom fließt. Unter den im allgemeinen stets erfüllten Voraussetzungen

$$K_{1,2} \gg C_{1,2} \quad \text{und} \quad r_{1,2} \gg R_{1,2},$$

daß also die Koppelkondensatoren bzw. die Ableitwiderstände bedeutend größer als die schädlichen Parallelkapazitäten bzw. Arbeitswiderstände sind, lassen sich auf Grund der schnellen Spannungsverläufe in Bereich II die Spannungsabfälle an den Koppelkondensatoren vernachlässigen und man erhält das in Abb. 1b gezeigte Ersatzschaltbild, aus welchem anstelle der Gleichungen (8, 9) das vereinfachte System

$$C_2 R_1 \ddot{u} + \dot{u} = -R_1 \frac{di}{dt}$$

$$C_1 R_2 \ddot{v} + \dot{v} = -R_2 \frac{dj}{dt}$$

folgt. Mit den Anfangstangenten σ_0 für die Gitterspannung v und τ_0 für die Spannung u erhält man dann durch einmalige Integration von 0 bis t , wobei die Zeit vom Augenblick $v = v_K$ gezählt werde

$$\dot{u} + \frac{u}{p_1} + \frac{1}{C_2} [i(v) - i_K] = \tau_0, \quad (10)$$

$$\dot{v} + \frac{v - v_K}{p_2} + \frac{1}{C_1} [j(u) - j_K] = \sigma_0, \quad (11)$$

wobei i_K und j_K die Anodenströme im Punkte v_K und u_K

$$p_1 = R_1 C_2 \quad \text{und} \quad p_2 = R_2 C_1$$

bedeuten.

Als entscheidende Schwierigkeit bei der Integration dieses Systems bestehen die nichtlinearen Zusammenhänge $i(v)$ und $j(u)$. Nimmt man hingegen idealisierte Kennlinien an, also in den Punkten v_K und u_K geknickte Gerade mit den Steilheiten S_0 und P_0 , wo also für die Anodenströme im Bereich $v < v_K$ bzw. $u < u_K$ gilt

$$\left. \begin{aligned} i &= I + S_0 v \\ j &= J + P_0 u, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

bzw. dann läßt sich das System (10, 11) für

$$y = v - v_K$$

in eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung überführen:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} + \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right) \dot{y} + \left(\frac{1}{p_1 p_2} - \frac{S_0 P_0}{C_1 C_2} \right) y &= \frac{\sigma_0}{p_1} - \frac{P_0}{C_1} \tau_0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Wegen des Kippeinsatzes in v_K muß die Gitterspannung v hier einen Wendepunkt besitzen, d. h. $\ddot{y}(0) = 0$. Dies in (13) berücksichtigt, liefert zwischen den Anfangssteigungen σ_0 und τ_0 die Beziehung

$$\frac{P_0}{C_1} \tau_0 = - \frac{\sigma_0}{p_2}.$$

Mit dem Ansatz $y = e^{\lambda t}$ ergibt sich unter Berücksichtigung der Anfangswerte für y und \dot{y} die Spannung am Gitter der Röhre I zu

$$\left. \begin{aligned} v - v_K &= \sigma_0 \frac{p_1 + p_2}{R_1 R_2 S_0 P_0 - 1} \left\{ \frac{e^{-\lambda/2 t}}{\lambda} \left[\frac{1}{2 p} + \frac{R_1 R_2 S_0 P_0 - 1}{p_1 + p_2} \right] \right. \\ &\quad \left. \sin \lambda t + e^{-\lambda/2 t} \cos \lambda t - 1 \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

wobei

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \quad \text{und} \quad \lambda = \sqrt{\left(\frac{p_1 - p_2}{2 p_1 p_2} \right)^2 + \frac{S_0 P_0}{C_1 C_2}}$$

ist. Wird anstelle von σ_0 die Anfangssteigung τ_0 eingeführt, dann liefert die Beziehung (14) die Spannung u am Gitter der zweiten Röhre. Gilt für die Gesamtverstärkung des Multivibrators

$$R_1 R_2 S_0 P_0 \gg 1,$$

dann vereinfacht sich (14) zu

$$y = (\sigma_0 / \lambda) \sin \lambda t, \quad \text{wobei} \quad \lambda \approx \sqrt{\frac{S_0 P_0}{C_1 C_2}}. \quad (15)$$

Diese Näherungslösung ergibt sich aus der Di-Gl. (13) sofort, wenn man darin das Glied mit der ersten Ableitung vernachlässigt, d. h.: Ist das Produkt (3) der Steilheiten und der Arbeitswiderstände bedeutend größer als eins, dann lassen sich die Glieder mit der ersten Ableitung der Gitterspannung in der Di-Gl. vernachlässigen. Diese Eigenschaft wird sich später

für die Lösung des nichtlinearen Systems als nützlich erweisen.

σ_0 stellt die Anfangstangente der Spannung v im Augenblick des Kippeinsatzes dar. Für sie folgt aus (7)

$$\sigma_0 = \dot{v}(0) = - \frac{v_K}{r_1 K_1}. \quad (16)$$

Für die Knickkennlinie gilt dieser Wert streng, für die tatsächliche Kennlinie gibt (16) wegen der bereits im

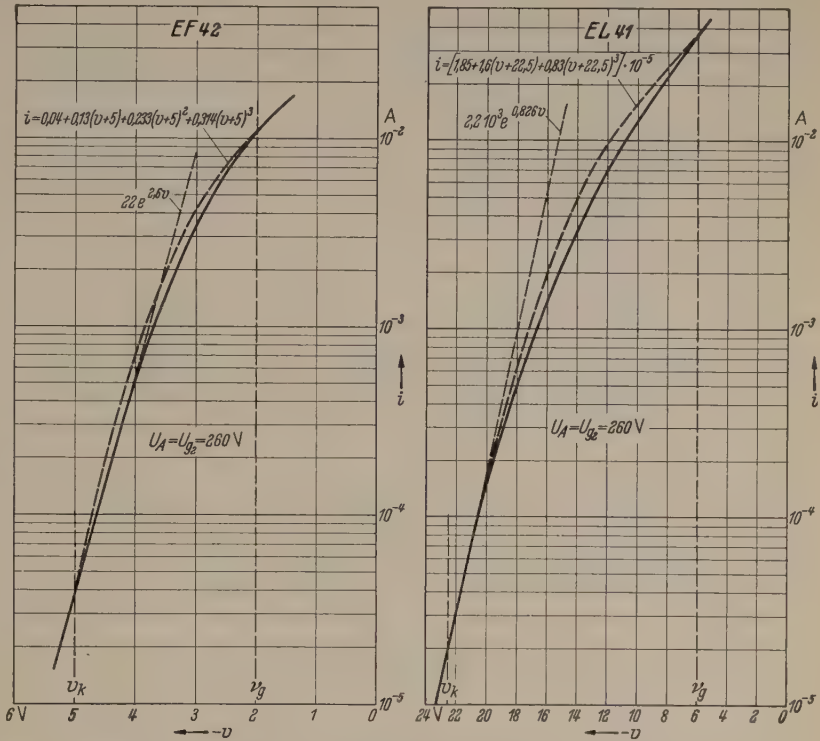


Abb. 3. Annäherung der Anodenstrom-Gitterspannungskennlinien der Röhren EF 42 und EL 41 durch Polynome dritten Grades.

Bereich I wirksamen Rückkopplung durch den Anlaufstrom nur eine Näherung.

2. Annäherung der Röhrenkennlinien durch Polynome dritten Grades.

Wie schon erwähnt, liegen die Schwierigkeiten bei der Integration des Systems (10, 11) im nichtlinearen Verlauf der Anodenstrom-Gitterspannungskennlinien in dem durch die Wirkungsweise des Multivibrators bedingten großen Bereich (die Änderung des Anodenstromes erstreckt sich im allgemeinen etwa über 4 Zehnerpotenzen). Es besteht so zunächst die Aufgabe, für die Anodenströme i und j Funktionen zu finden, die einerseits die Röhrenkennlinien im benötigten Bereich einigermaßen gut annähern und andererseits eine Lösung des Systems (10, 11) in geschlossener Form mit einfachen Mitteln zulassen.

Da der Anodenstrom einer Röhre im Anlaufgebiet nach einer e -Funktion verläuft, liegt es nahe, die Kennlinien durch Summen von e -Funktionen anzunähern. Für steile Verstärker- und Endröhren, wie sie beim Multivibrator Verwendung finden, läßt sich dies nicht so einfach durchführen wie in den z. B. von STRUTT [5] angeführten Beispielen. Außerdem läßt das System (10, 11) mit einer Summe von e -Funktionen für die Ströme $i(v)$ und $j(u)$ keine geschlossene Lösung erhoffen. Aus diesen Gründen wurde versucht, die

Kennlinien durch einfache Polynome dritten Grades angenähert darzustellen. Wie aus den beiden Beispielen in Abb. 3 für die Röhren EF 42 und EL 41 zu ersehen ist, treten hierbei zwar in gewissen Abschnitten Abweichungen gegenüber den gemessenen Werten auf, jedoch wird der Gesamtverlauf einigermaßen gut wiedergegeben. Die 4 Konstanten in den Polynomen

$$i(v) = a + b(v - v_K) + (v - v_K)^2 + d(v - v_K)^3 \quad (17)$$

werden aus den Anodenströmen i_g und i_K , sowie den Steilheiten S_g und S_K in den beiden Punkten v_g und v_K bestimmt, wobei v_g der Wert der Gitterspannung v ist, bis zu welchem die Kennlinie angenähert als Gerade angenommen werden kann und v_K aus der Beziehung (6) folgt. Bei der Entwicklung von v_K aus, findet man für die Konstanten

$$\left. \begin{aligned} a &= i_K & b &= S_K \\ c &= \frac{1}{(v_g - v_K)^2} [3(i_g - i_K) - (v_g - v_K)(S_g + 2S_K)] \\ d &= \frac{1}{(v_g - v_K)^3} [(v_g - v_K)(S_g + S_K) - 2(i_g - i_K)] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Zur Vermeidung von Wendepunkten im Bereich bis v_K muß $c \geq 0$ sein, was sich durch geringe Verschiebung des Punktes v_g in der Regel erreichen läßt. Oft läßt sich v_g so wählen, daß die Beziehung

$$3 i_g \approx (v_g - v_K) S_g$$

gilt, wodurch die Konstante c verschwindet. Die Steilheit S_K ergibt sich gemäß (4) aus der Anlaufkennlinie. Für die Entwicklung von v_g aus findet man entsprechend

$$a = i_g \quad \text{und} \quad b = S_g,$$

anstelle der Konstanten c und d die Werte

$$\begin{aligned} k &= -\frac{1}{(v_K - v_g)^2} [3(i_g - i_K) + (v_K - v_g)(2S_g + S_K)], \\ l &= \frac{1}{(v_K - v_g)^3} [(v_K - v_g)(S_g + S_K) + 2(i_g - i_K)]. \end{aligned}$$

Die Abweichung dieser so gewonnenen Polynome gegenüber den Kennlinien hängt naturgemäß von der Lage der Spannungen v_K bzw. u_K ab. Auf Grund der Beziehung (6) läßt sich sagen, daß die Entwicklung (17) um so ungenauer wird, je größer die Arbeitswiderstände R_1 und R_2 werden.

3. Näherungslösung des nichtlinearen Systems.

Nach Ersatz der Kennlinien durch Polynome dritten Grades läßt sich nun in einfacher Weise eine Näherungslösung für das System (10, 11) finden. Die Arbeitsweise des Multivibrators bedingt, daß beim Kippeinsatz z. B. die Röhre I zunächst im Anlaufgebiet arbeitet, während sich die Gitterspannung u der Röhre II auf dem linearen Teil der Kennlinie bewegt, später erreicht die Gitterspannung v den linearen Bereich, während u sich dann mehr oder weniger im krummen Teil befindet. Dieses Verhalten des Multivibrators legt für die mathematische Behandlung folgende weitere Unterteilung des Bereiches II nahe:

Bereich IIa: Die Gitterspannung u der Röhre II bewegt sich auf dem linearen Teil im Bereich

$$0 > u > \mu_g.$$

Bereich IIb: Beide Gitterspannungen befinden sich auf dem krummen Kennlinienteil.

Bereich IIc: Die Gitterspannung v der Röhre I hat den geradlinigen Teil bei $v = v_g$ erreicht:

$$v_g < v < 0.$$

Ob und wie weit die beiden Teilbereiche IIb und II auftreten, hängt von den verwendeten Schaltelementen ab. Bei symmetrischem Betrieb fällt im allgemeinen der Bereich IIb weg, da v_g erreicht wird, so lange sich u noch auf dem geraden Teil der Kennlinie bewegt. Besitzt die Röhre II einen weiteren Aussteuerbereich als die Röhre I, dann fällt oft auch außerdem der Bereich IIc weg, d. h. v hat den Wert null erreicht bevor $u < \mu_g$ geworden ist.

Im Teilbereich IIa, in dem sich also die Gitterspannung u auf dem geraden Teil der Röhrenkennlinie bewegt, können wir mit (17) und (12) für die Anodenströme schreiben

$$\begin{aligned} i &= i_K + S_K(v - v_K) + c(v - v_K)^2 + d(v - v_K)^3 \\ j &= J + P_0 u. \end{aligned}$$

Damit läßt sich das System (10, 11) in eine Differentialgleichung zweiter Ordnung für v verwandeln, wobei wieder

$$y = v - v_K \quad \text{und} \quad \frac{1}{p} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}$$

gesetzt wird, so daß

$$\ddot{y} + \frac{\dot{y} - \sigma_0}{p} = \delta^2 (c y^2 + d y^3), \quad (19)$$

wobei

$$\delta^2 = \frac{P_0}{C_1 C_2}$$

bedeutet. Das lineare Glied mit S_K hat sich hierbei auf Grund der Kippbedingung (5) weggehoben. Vergleicht man die Glieder \ddot{y} und $\frac{\dot{y} - \sigma_0}{p}$ unter Benutzung der Lösung (14) für die linearen Kennlinien, so zeigt sich, daß im gesamten Bereich

$$\ddot{y} \gg \frac{\dot{y} - \sigma_0}{p} \quad (21)$$

ist, solange die Beziehung $R_1 R_2 S_0 P_0 \gg 1$ gilt. Im Falle der gekrümmten Kennlinien ist diese Bedingung anfangs zwar nicht erfüllt, für eine erste Näherungslösung von (19) wird sich jedoch auch hier das Glied $\frac{\dot{y} - \sigma_0}{p}$ zunächst vernachlässigen lassen. Ein nachträglicher Vergleich der Größen in (21) wird zeigen, wie weit diese Vernachlässigung gerechtfertigt ist. An Stelle von (19) kann man daher mit dieser Näherung schreiben

$$\ddot{y} = \delta^2 (c y^2 + d y^3) = f(y). \quad (22)$$

Diese Gleichung würde im Falle $p \rightarrow \infty$ genau gelten, d. h., daß dieser Näherung die Vernachlässigung jener Teile der Anodenströme i und j zugrunde liegt, die durch die Arbeitswiderstände R_1 und R_2 fließen. Gl. (22) trägt nur den in die Parallelkapazitäten C_1 und C_2 strömenden Anteilen Rechnung. Je schneller die Änderungen der Anodenströme verlaufen, desto genauer wird daher die Differentialgleichung (22) den tatsächlichen Spannungsverlauf am Gitter der Röhre I beschreiben. Auch wird der Fehler bei großen Arbeitswiderständen geringer sein als bei kleinen.

Die Beziehung

$$\frac{d}{dt}(\dot{y}^2) = 2 \dot{y} \ddot{y} = 2 f(y) \frac{dy}{dt}$$

ntegriert, liefert aus (22) die erste Ableitung

$$\dot{y} = \delta \sqrt{(\sigma_0/\delta)^2 + \frac{2}{3} c y^3 + \frac{d}{2} y^4} \quad (23)$$

oder nach Trennung der Veränderlichen die Zeit

$$t^* = 1/\delta \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(\sigma_0/\delta)^2 + \frac{2}{3} c y^3 + \frac{d}{2} y^4}}. \quad (24)$$

Die Auswertung dieses Integrals führt auf ein elliptisches Integral. Dieser umständliche Weg läßt sich vermeiden, wenn man sich zunächst auf Werte von y beschränkt, die oberhalb einer bestimmten Mindestspannung y_0 liegen. Zerlegt man das Integral (24) in zwei Bereiche

$$t^* = 1/\delta \int_0^{y_0} \dots + \frac{1}{\delta} \int_{y_0}^y \dots = t_0 + t \quad (25)$$

und wählt y_0 so groß, daß

$$y_0^3 > \frac{3}{2c} \left(\frac{\sigma_0}{\delta} \right)^2,$$

dann kann man im zweiten Integral $(\sigma_0/\delta)^2$ unter der Wurzel vernachlässigen und erhält durch elementare Auswertung für die Zeit ab der Spannung y_0

$$t(y) = \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{\frac{2}{3} c y^3 + \frac{d}{2} y^4}} = \left. \begin{aligned} &= \frac{3}{c\delta} \left[\sqrt{\frac{2c}{3y_0} + \frac{d}{2}} - \sqrt{\frac{2c}{3y} + \frac{d}{2}} \right], \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

bzw. für die Spannung $> y_0$:

$$y(t) = \frac{2c}{3} \frac{1}{\left[\sqrt{\frac{2c}{3y_0} + \frac{d}{2}} - \frac{c\delta}{3} t \right]^2 - \frac{d}{2}}. \quad (27)$$

Im Falle, daß in der Entwicklung (17) des Anodenstromes i das quadratische Glied fehlt, ergeben sich an Stelle von (26) und (27) für die Zeit und die Spannung die Beziehungen

$$t = 1/\delta \sqrt{2/d} (1/y_0 - 1/y) \quad \text{und} \quad y = \frac{y_0}{1 - y_0 \delta \sqrt{d/2} t}, \quad (28)$$

wobei y_0 jetzt durch die Ungleichung

$$y_0^2 > \sqrt{2/d} \frac{\sigma_0}{\delta}$$

gegeben ist. Mittels der Gl. (23) lassen sich die beiden Größen \dot{y} und $\frac{\dot{y} - \sigma_0}{p}$ der Di-Gl. (19) vergleichen. Aus dem in Abb. 4 gezeigten Beispiel sieht man, daß mit wachsendem y die zweite Ableitung \ddot{y} tatsächlich die entscheidende Rolle spielt.

Während dem ersten Integral in (25) hinsichtlich des Spannungsverlaufes keine große Bedeutung zukommt, füllt die Zeit t_0 , die y von 0 bis y_0 braucht, wegen des zunächst langsamen Anstieges von y den größten Teil des Kippvorganges ($v_K < v < 0$) aus. Da in diesem kleinen Spannungsbereich die Änderung der Steilheit der Röhre I nicht groß ist, läßt sich der Zusammenhang zwischen y_0 und t_0 auf einfache Weise durch die Formel (14) ausdrücken, indem an Stelle von S_0 die sich aus der Anlaufkennlinie (4) ergebende mittlere Steilheit

$$\bar{S} = \frac{S_K}{2} (1 + e^{\alpha y_0})$$

eingeführt wird. Die so gewonnene Beziehung stellt auch aus anderen Gründen nur eine Näherung dar: Einmal hat in diesem Übergangsgebiet von exponentieller Entladung und Selbsterregung das vereinfachte System (10, 11) wegen der hier noch auftretenden Spannungsabfälle an den Koppelkondensatoren noch keine volle Gültigkeit und ferner ist die Anfangsstei-

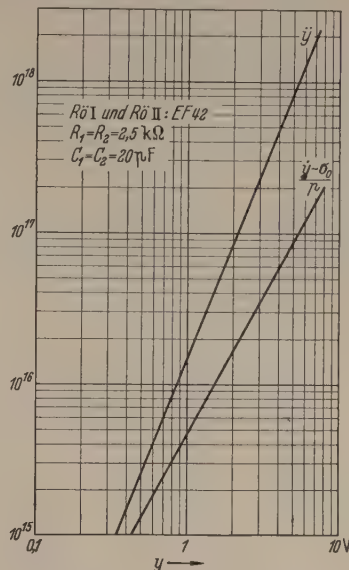


Abb. 4. Vergleich des ersten und zweiten Gliedes der Gl. (13).

gung σ_0 , die den Verlauf in (14) stark bestimmt, ungenau, da auch im Bereich I ($v < v_K$) bereits eine geringe Rückkopplung besteht.

Die zu den nach (27) bzw. (28) gewonnenen y -Werte gehörenden Werte der Gitterspannung u folgen mit $j = J + P_0 u$ in gleicher Näherung aus der Gl. (11):

$$u(y) = - \sqrt{\frac{C_1}{C_2 P_0} \left(\frac{2c}{3} y^3 + \frac{d}{2} y^4 \right)} \quad (29)$$

und für die Ableitung

$$\dot{u}(y) = - \frac{1}{C_2} (c y^2 + d y^3). \quad (30)$$

Der Teilbereich IIc wird erreicht, wenn die Gitterspannung u der Röhre II an das Ende μ_g des linearen Teiles der Kennlinie gelangt ist. Es werde zunächst angenommen, daß dann der nach (29) zugehörige Wert $y_g (\mu_g)$ der Gitterspannung der Röhre I bereits den linearen Kennlinienteil erreicht hat. Jetzt wird die Kennlinie der Röhre II gemäß (17) durch ein Polynom ersetzt, also

$$j(u) = j_g + P_g (u - \mu_g) + k (u - \mu_g)^2 + l (u - \mu_g)^3, \quad \text{während für die Röhre I dann gilt: } i = I_0 + S_0 v. \quad \text{Mit } z = u - \mu_g \text{ folgt so aus dem System (10, 11) für } z \text{ die Di-Gl.:}$$

$$\ddot{z} + \frac{\dot{z}}{p} + \frac{z}{p_1 p_2} - \frac{S_0}{C_1 C_2} (P_g z + k z^2 + l z^3) = \left. \begin{aligned} &= \frac{\tau_g}{p_2} - \frac{S_0}{C_2} \sigma_g, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

wobei τ_g und σ_g die sich aus (30) und (31) ergebenden Steilheiten von u und y im Punkte y_g sind. Infolge der großen Gesamtverstärkung im Punkte y_g ist für z von Anfang an die Ungleichung (21) erfüllt, so daß sich hier in guter Näherung mit $\gamma^2 = \frac{S_0}{C_1 C_2}$ ergibt

$$\ddot{z} = \gamma^2 (P_g z + k z^2 + l z^3) - \frac{S_0}{C_2} \sigma_g \quad (32)$$

oder für die erste Ableitung

$$\dot{z} = -\gamma \sqrt{(\tau_g/\gamma)^2 - \frac{S_0 \sigma_g}{C_2 \gamma^2} z + P_g z^2 + \frac{2k}{3} z^3 + \frac{l}{2} z^4}.$$

Die Integration dieser Gleichung führt wieder auf ein elliptisches Integral. Untersucht man jedoch den Ver-

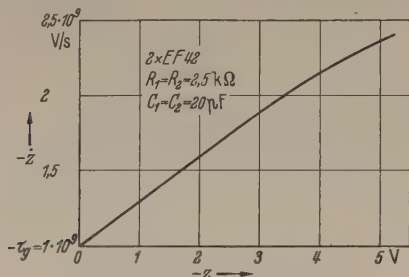


Abb. 5. Verlauf von \dot{z} in Abhängigkeit von z .

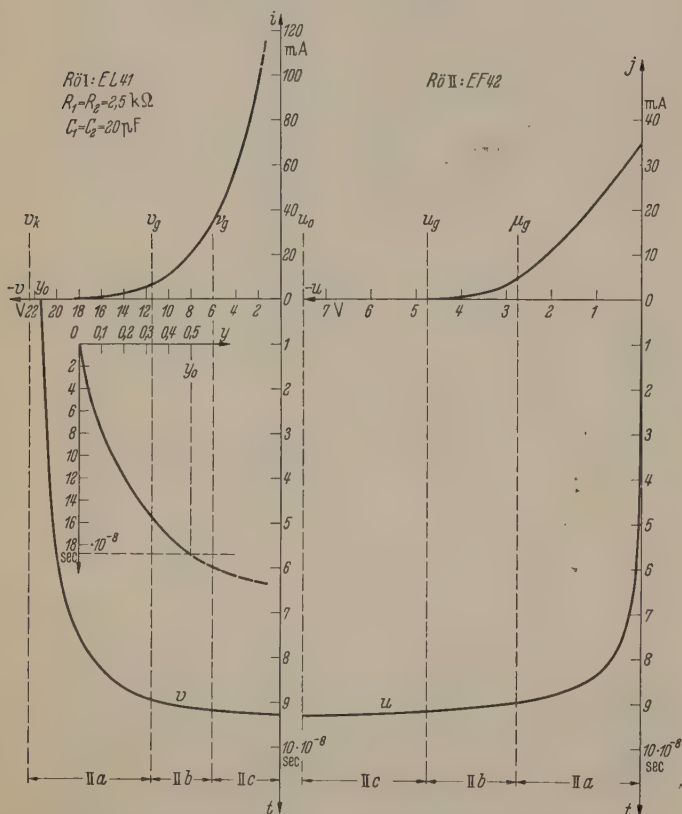


Abb. 6. Beispiel für den Verlauf der Steuerspannungen im Bereich II.

lauf $z(z)$, so ergibt sich in dem in Betracht kommenden Bereich eine nahezu lineare Abhängigkeit, wie das

$\dot{z} = \tau_g - \partial_z$ findet man

$$z = -\frac{\tau_g}{\partial} (e^{-\partial t} - 1) \text{ bzw. } t = -\frac{1}{\partial} \ln(1 - \partial/\tau_g z). \quad (32)$$

Dies in (32) eingesetzt, liefert für $t = 0$:

$$\partial = \frac{\sigma_g}{\tau_g} \cdot \frac{S_0}{C_2}. \quad (34)$$

Bezeichnet man die zu z gehörenden Werte der Gitterspannung v mit η , so folgt aus der Gl. (10) mit $i = I + S_0 v$ zwischen z und η der Zusammenhang

$$\eta = \left(\frac{\sigma_g}{\tau_g} - \frac{1}{R_1 S_0} \right) z.$$

Wird das Ende μ_g des linearen Teiles der Kennlinie I vor dem Beginn v_g des linearen Teiles der Kennlinie II erreicht, wenn es also zur Ausbildung des Bereiches II kommt, dann benutzt man zweckmäßigerweise die Beziehungen (33, 34), wobei an Stelle von S_0 die mittlere Steilheit der Kennlinie I zwischen v_g (μ_g) und v_g eingeführt wird. Bleibt schließlich die Gitterspannung v bis zum Werte $v = 0$ auf dem linearen Teil der Kennlinie II, dann rechnet man ab v_g besser mit der Beziehung (15) für lineare Kennlinien, da die Annäherung der Kennlinie $i(v)$ für $v > v_g$ schlecht ist. Abb. 6 zeigt ein Beispiel für den Verlauf im Bereich II. Infolge des gegenüber der Röhre II (EF 42) großen Aussteuerbereiches der Röhre I (EL 41) tritt hierbei der Übergangsbereich IIb auf.

Die durch Vernachlässigung des Gliedes mit der ersten Ableitung in der Gl. (19) gewonnene Näherungslösung (27) läßt sich durch schrittweise Näherung verbessern, indem die Di-Gl. (19) umgeformt wird in

$$y = y_0 + \int_0^t \int_0^t [\delta^2 (c y^2 + d y^3) - \dot{y}/p] dt,$$

wobei wegen der Wahl von y_0 gemäß (21) die Anfangssteigung σ_0 vernachlässigbar ist. Führt man in den Integranden die Lösung (27) bzw. (28) ein, dann stellt die so gewonnene Funktion y eine verbesserte Lösung, die zweite Näherung y_2 dar. Dieses Verfahren kann zur weiteren Verbesserung von y fortgesetzt werden, wobei allerdings die Integrationsschwierigkeiten mit jedem Schritt sehr zunehmen. Für die Ableitung der zweiten Näherung findet man zunächst

$$\dot{y}_2 = \sigma_2 - \sigma_1 + \dot{y}_1 - \frac{y_1 - y_0}{p},$$

wobei die Anfangstangenten $\sigma_1(y_0)$ aus (23) und $\sigma_2(y_0)$ aus der Formel (14) entnommen werden. Die zweite Näherung wird dann

$$\eta_2 = y_1 + \left(\frac{y_0}{p} + \sigma_2 - \sigma_1 \right) t + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\delta p} \sqrt{2/d} \ln \frac{1 - \frac{1}{3} \frac{\delta c t}{A - \sqrt{d/2}} \cdots c > 0 \\ \frac{1}{\delta p} \sqrt{2/d} \ln (1 - y_0 \delta \sqrt{d/2} t) \cdots c = 0. \end{array} \right\} \quad (35)$$

Beispiel in Abb. 5 zeigt, d. h. z verläuft angenähert nach einer e -Funktion. Dieses Verhalten von z ist durch die auf Grund der Parallelkapazitäten abnehmende Verstärkung der Röhren mit wachsender Flankensteilheit der Gitterspannungen bedingt, so daß sich zwischen Rückkopplung und Spannungsanstieg eine Art Gleichgewicht ausgebildet hat. Mit dem Ansatz

Mittels der Gl. (11) kann daraus die zweite Näherung der Gitterspannung u ermittelt werden aus der Beziehung

$$u_2 = -\frac{C_1}{P_0} \left(\dot{y}_2 + \frac{y_2}{p_i} \right).$$

Ein Beispiel für den Verlauf der ersten und zweiten Näherung zeigt Abb. 7. Man sieht, daß die dem tat-

sächlichen Spannungsverlauf näherkommende zweite Näherung zunächst langsamer zunimmt, um später um so rascher anzusteigen. Bedenkt man, daß die tatsächliche Spannung zwischen v_1 und v_2 in der Nähe von v_2 liegen wird, dann erscheint eine weitere Verbesserung von (35) im Hinblick auf den ungenauen Anfang der Spannung v (für $y < y_0$) und der ungenauen Annäherung der Röhrenkennlinie nicht sinnvoll. Da im Bereich IIb wegen der besseren Erfüllung der Ungleichung (21) die Lösung der Gl. (30) bereits einen genaueren Wert liefert als es im Bereich IIa der Fall ist, hat eine Verbesserung in diesem Bereich ebenfalls keinen Sinn.

4. Der Flankenverlauf der Anodenspannungsimpulse.

Der Bereich III wird erreicht, wenn infolge der begrenzenden Wirkung des Gitterstromes die Gitterspannung der Röhre I in der Nähe des Kathodenpotentials festgehalten wird. Die in diesem Augenblick am Gitter der Röhre II herrschende Spannung sei u_0 . Der Verlauf der Anodenspannung V der Röhre I ist nunmehr durch eine in erster Näherung feste Einstromung I in die Parallelschaltung von Arbeitswiderstand R_1 und schädlicher Parallelkapazität C_2 gegeben, d. h. die Kapazität C_2 wird vom Augenblick, wo $v = 0$ geworden ist, von der dann herrschenden Spannung V_0 bis auf die Anodenruhespannung $E - I R_1$ weiter entladen. Diese abnehmende Anodenspannung bewirkt am Gitter der Röhre II die weitere Sperrung dieser Röhre.

Für die abfallende Flanke an der Anode der Röhre I gehorcht also die Anodenspannung V der Di-Gl.

$$\dot{V} C_2 + V/R_1 = E/R_1 - I,$$

mit der Lösung

$$V = E - I R_1 + [u_0 + I R_1] e^{-t/R_1 C_2}, \quad (36)$$

da zwischen der Anodenspannung der Röhre I und der Gitterspannung der Röhre II die Beziehung $V = E + u$ besteht. Die rein exponentielle Entladung im Gebiet III wird lediglich durch die Spannung V_0 , nicht durch die Anfangstangente im Punkte u_0 bestimmt. In Wirklichkeit ist aber der Übergang von Gebiet II in III glatt, da der Gitterstrom nicht sprunghaft einsetzt. Als Abfallzeit T_{ab} pflegt man die Zeit festzulegen, welche die Anodenspannung V braucht, um von 10% auf 90% des Endwertes $\mathfrak{B} = I R_1$ abzufallen. Wie die Durchrechnung verschiedener Beispiele zeigt, bewegt sich der Anteil u_0 des Steuerbereiches II an der Anodenspannung im Mittel bei 5–15% des Gesamtwertes \mathfrak{B} , so daß näherungsweise T_{ab} vom Punkte u_0 aus gezählt werden kann. Dann folgt aus

$$\mathfrak{B}/10 = (\mathfrak{B} + u_0) e^{-T_{ab}/R_1 C_2}$$

näherungsweise für die Abfallzeit

$$T_{ab} = R_1 C_2 \ln 10 = \frac{C_2}{I} \mathfrak{B} \cdot \ln 10.$$

Die mittlere Flankensteilheit f in V/cm ist dann

$$f = \frac{0,9 \mathfrak{B} + u_0}{T_{ab}} = \frac{0,9 I}{C_2 \ln 10} + \frac{u_0}{R_1 C_2 \ln 10},$$

also mit (2) angenähert

$$f \approx \frac{0,4 I}{C_{A1} + C_{S2} + C_{E3}}. \quad (37)$$

Solange der Anteil des Steuerbereiches u_0 unter 10% der Gesamtamplitude des Anodenspannungsimpulses liegt, ist die mittlere Steilheit der abfallenden Flanke

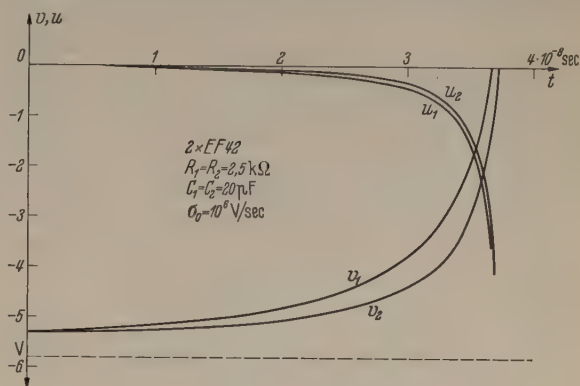


Abb. 7. Vergleich der ersten und zweiten Näherungslösung.

an der Röhre I lediglich vom maximalen Anodenstrom I dieser Röhre und von den an der Anode liegenden Parallelkapazitäten abhängig. Zur Erzielung steiler Flanken sind daher Röhren mit großen Werten des Verhältnisse I/C_{A1} am geeignetsten. Alle übrigen Werte der Schaltelemente des Multivibrators, auch die

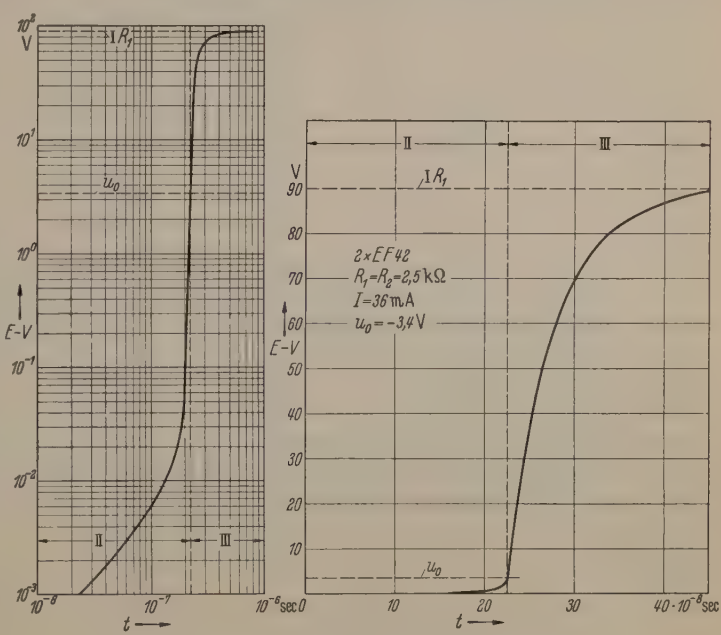


Abb. 8. Absteigende Flanke des Anodenspannungsimpulses.

Steilheiten der Röhren, sind auf die mittlere Flankensteilheit ohne Einfluß, so lange nur der Anteil des Steuerbereiches unter 10% des Anodenspannungsimpulses bleibt. Auch die Abfallzeit T_{ab} hängt lediglich von der Zeitkonstante $R_1 C_2$ an der Anode ab. Größere Werte der Flankensteilheit als der Beziehung (37) entsprechen lassen sich nach einem Vorschlag von KROEBEL [1] erreichen, indem man den Arbeitswiderstand größer als den Innenwiderstand der Röhre wählt, wie von RUMSWINKEL [6] experimentell gezeigt wurde.

Abb. 8 zeigt ein Beispiel für die abfallende Impulsflanke an der Röhre I im logarithmischen und linearen Maßstab, wobei der Gleichspannungsanteil wegge-

lassen wurde. Man sieht, daß der Anteil des Steuerbereiches hinsichtlich der Spannung an der Anode nicht ins Gewicht fällt. Die Vorgänge im Steuerbereich bestimmen aber wesentlich die zeitliche Lage des Impulses, d. h. die Zeit, die vom Augenblick des Kippeinsatzes bis zum sichtbar werdenden Spannungsabfall an der Anode gebraucht wird. Wie die Gl. (14, 18, 20, 27) zeigen, wird diese Zeit in der Hauptsache durch die Steilheiten, die Parallelkapazitäten, die Größe der Spannung v_K und vor allem durch die Anfangssteigung σ_0 im Punkte v_K , d. h. beim selbstschwingenden Multivibrator durch die Zeitkonstante $r_1 K_1$ bestimmt. Je kleiner v_K , also der Aussteuerbereich der Röhre I ist, desto früher wird der Punkt $v = 0$ erreicht. Die Forderung (37) nach steilen Impulsflanken, also nach großer Stromergiebigkeit widerspricht wegen des dadurch bedingten großen Aussteuerbereiches der Forderung nach einem raschen Kippeinsatz an der Anode.

Die Anodenspannung U der Röhre II, die beim Kippeinsatz $E - J R_2$ betrug, hat im Punkte $v = 0$ den Wert

$$U_0 = E - J R_2 - v_K$$

erreicht. Die Gitterspannung u der Röhre II, deren Wert in diesem Augenblick u_0 ist, sinkt infolge der Anodenspannungsänderung (36) an der Röhre I weiter

$$u = u_0 - (u_0 + I R_1) (1 - e^{-t/(R_1 C_2)}).$$

Diese Gitterspannung würde, so lange die Röhre noch eine genügende Steuerwirkung besitzt, die Ladung der schädlichen Parallelkapazität an der Anode beeinflussen, wenn jetzt nicht die Zeitkonstante an der Anode bedeutend größer geworden wäre. Infolge des Gitterstromes in der Röhre I im Gebiet III wird nämlich der Koppelkondensator K_1 vom Zeitpunkt $v = 0$ an praktisch auf Kathodenpotential gehalten, so daß jetzt die an der Anode liegende Parallelkapazität nicht C_1 , sondern

$$C_1^* = C_{A2} + K_1 \approx K_1$$

beträgt. Auf diesen, von KROEBEL [1] hingewiesenen Umstand ist es zurückzuführen, daß (auch beim symmetrisch gebauten Multivibrator) die ansteigende Flanke etwa um das Verhältnis von Koppelkondensator zur schädlichen Parallelkapazität langsamer verläuft als die abfallende. Man kann indessen diese Unsymmetrie, wie KROEBEL [1] gezeigt hat, mit einer Schaltung beseitigen, bei der im Augenblick $v = 0$ zum Arbeitswiderstand R_2 des Multivibrators über die

Wirkung der Parallelelektrode einer Sekundärelektrodenröhre ein elektronischer Leitungsweg geöffnet wird, der einen beschleunigten Ladungsausgleich ermöglicht

Zusammenfassung.

Es wird eine Näherungslösung für den zeitlichen Verlauf der Gitter- und Anodenspannungen während des Kippvorganges beim Multivibrator hergeleitet, wobei die Röhrenkennlinien durch Polynome dritten Grades angenähert werden. Der eigentliche Kippvorgang beginnt, wenn die Gitterspannung der gesperrten Röhre auf einen Wert gesunken ist, bei dem das Produkt der Verstärkungen beider Röhren gleich eins geworden ist und wird durch den Gitterstrom beendet. Er ist von den Eigenschaften der verwendeten Pentoden und der übrigen Schaltelemente abhängig und macht im allgemeinen nur etwa 5–15% der Flanken der Anodenspannungen aus, während der Hauptanteil durch die Ladung bzw. Entladung der an den Anoden wirksamen Parallelkapazitäten über die Arbeitswiderstände gebildet wird. Die mittlere Flankensteilheit wird daher in der Hauptsache nur durch das Verhältnis des maximalen Anodenstromes zur wirksamen schädlichen Parallelkapazität bestimmt. Die zeitliche Lage der Anodenspannungsflanken hängt hingegen im wesentlichen vom Verlauf der Gitterspannungen ab, da zwischen dem Kippeinsatz und der Ausbildung der Spannungsflanken an den Anoden eine Verzögerungszeit auftritt. Die durchgeführten Berechnungen gestatten die Zeitdauer des Ankippvorganges und ihre Abhängigkeit von den verwendeten Schaltelementen zu bestimmen, was am Beispiel einer Multivibratordaueranordnung mit den Röhren EF 42 durchgeführt wurde. Hierbei ergab sich eine Verzögerungszeit von etwa $2 \cdot 10^{-7}$ sec.

Herrn Prof. Dr. W. KROEBEL, dem ich die Anregung zu dieser Arbeit verdanke, möchte ich für wertvolle Hinweise meinen herzlichen Dank aussprechen. Auch Herrn Dr. R. ULLRICH, bin ich für die zahlreichen Diskussionen und Ratschläge hinsichtlich der mathematischen Behandlung zu Dank verpflichtet.

Literatur. [1] KROEBEL, W.: Z. angew. Phys. 6, 14 (1954). — [2] KROEBEL, W. u. G. STUTZER: Z. angew. Phys. 6, 14 (1954). — [3] STUTZER, G.: Dissertation Kiel 1953. — [4] CHANEE, B. V. HUGHES u. a.: Waveforms, Mc. Craw-Hill Book Comp. Inc. 1949, S. 163. — [5] STRUTT, M. J. O.: Verstärker u. Empfänger, Springer 1951, S. 29. — [6] RUMSWINKEL, K.-E.: Dissertation Kiel 1953.

Dr. GERHARD HAAS,
Institut für angewandte Physik der Universität Kiel.

Eine neue elektronenoptische Bank.

Von ENIS B. BAŞ.

Mit 9 Textabbildungen.

(Eingegangen am 24. Dezember 1953.)

1. Einleitung.

Seit den Anfängen der Elektronenoptik war man stets geneigt, in dieses neue Gebiet die Untersuchungsmethoden der Lichtoptik einzuführen; dabei liegt für die experimentellen Untersuchungen die Hauptschwierigkeit in der Notwendigkeit der Durchführung der Experimente im Hochvakuum. Ein Instrument, dessen sich jeder Experimentator der Lichtoptik bedient, ist bekanntlich die optische Bank, die einem gestattet

die optischen Anordnungen in kürzester Zeit mit gewünschter Präzision zusammenzustellen und während den Untersuchungen verschiedene Systemparameter leicht zu ändern. Im folgenden soll eine solche vom Verfasser gebaute Bank für elektronenoptische Versuche näher beschrieben werden.

Da man nur in seltenen einfacheren Fällen elektronenoptische Probleme rein mathematisch erschöpfend behandeln kann und auch die mathematische Erfas-

sung der Elektronenbahnen, gestützt auf die experimentell ausgemessenen Potentialfelder, nicht allen Fragen gerecht wird, kommt dem Experimentieren mit Elektronen an praktischen Systemen eine große Bedeutung zu.

2. Hauptpunkte der konstruktiven Ausführung.

Abb. 1 zeigt uns die Bank in Aufsicht und Querschnitt, ohne jeglichen Aufbau und Abb. 2 eine Photographie derselben mit einem Versuchsaufbau für die Ausmessung der Elektronenstrahler. Wie wir sehen, besteht der Führungskörper aus vier zylindrischen Wellen, 28 mm im Durchmesser, die im Querschnitt die Ecken eines Trapezes mit drei gleichlangen Seiten einnehmen. Im Mittelpunkt dieser drei Seiten befindet sich je eine Spindelwelle für die Längsverschiebung drei verschiedener elektronenoptischer Elemente. An je zwei Führungswellen kann ein Reiter als Träger eines optischen Elementes angebracht werden. Diese Reiter werden mit starken, regulierbaren Blattfedern auf die Führungswellen gepreßt, womit eine präzise Führung erzielt wird. Jeder Reiter kann sehr leicht mittels einer Leitmutter an die zugehörige Spindelwelle angekoppelt werden, womit seine Verschiebung von außen erfolgen kann. Selbstverständlich können auch mehrere Reiter an die gleiche Spindelwelle angekoppelt werden, ihre Verschiebung erfolgt dann gleichzeitig um denselben Betrag. Abb. 3 zeigt uns einen Reiter als Lochblendenträger. Als Isolator zwischen Blende und Reiter wird Steatit, Sinterkorund oder Cibanit verwendet, wobei die Metall-Isolator-Verbindung durch Einkitten mit Araldit, durch Einsinterung mit Glaspulver oder durch Aufschrauben erfolgt. Ein durch zwei obere Führungswellen geführter Reiter ist mit einem Schlittentisch versehen, der für das auf ihm befestigte Element eine zusätzliche Querbewegung ermöglicht. Die Betätigung des Schlittentisches erfolgt über einem Schneckenantrieb und einer Vierkantwelle von außen. Durch diese Anordnung ist es möglich, einem elektronenoptischen Element zugleich von einander unabhängige Längs- und Querverschiebungen zu erteilen.

Die vier Führungswellen und drei Spindelwellen sind zwischen zwei Böcken auf eine steife Grundplatte montiert, so daß die ganze Bank für Justierzwecke aus dem Rezipienten, an dessen Boden sie angeschraubt wird, leicht herausgenommen werden kann. Dabei werden die Antriebe durch eine Axialverschiebung der mit Simerit-Dichtungen abgedichteten Antriebswellen leicht von der Bank entkoppelt. Der hochspannungsseitige elektrische Anschluß erfolgt durch lösbare Klemmen, die an die Hochspannungssammelschiene angeklemmt werden. Die zwei Sammelschienen, bestehend aus je 6 Leitungen aus 2 mm Kupferdraht, werden durch zwei spezielle Hochspannungsdurchführungen getragen. Die Tragisolatoren (aus Porzellan)

sowie die einzelnen Durchführungsisolatoren sind mit Araldit¹ in Messingflaschen eingekittet. Die Hochspannungssammelschiene kann über 30 KV gegen die Erde führen und die Spannung zwischen den einzelnen Leitern dürfen einige KV betragen. Außer diesen

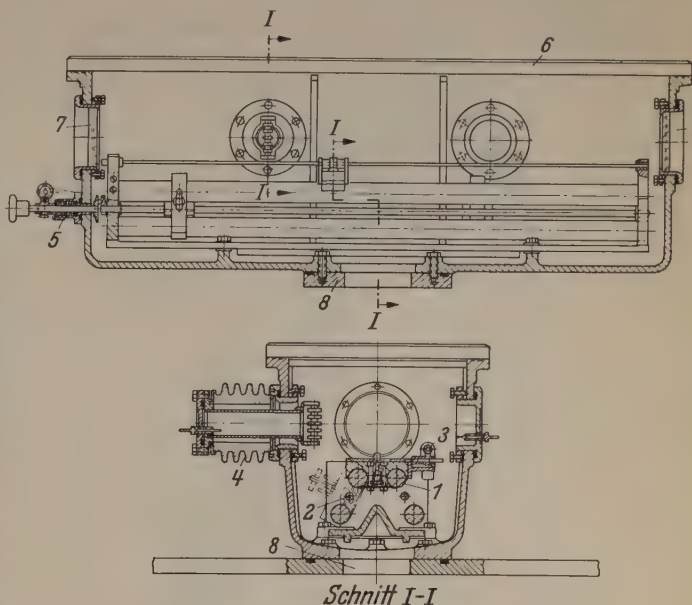


Abb. 1. Längs- und Querschnitt der neuen elektronenoptischen Bank und des Vakuumrezipienten. 1 Führungswellen; 2 Spindelwelle für die Längsverschiebung; 3 Quadratische Welle für die Querverschiebung; 4 Hochspannungseinführung; 5 Vakuumdichte Antriebe (Simerit-Dichtung); 6 Abschlußglasplatte; 7 Schauglas; 8 Pumpenanschluß. (Maßstab ca. 1:10.)

hochisolierten Spannungsdurchführungen ist auf der Gegenseite noch ein Flansch mit Durchführungen für Niederspannung, sowie ein weiterer Flansch für anderweitige Verwendung vorgesehen. Die beiden Stirn-

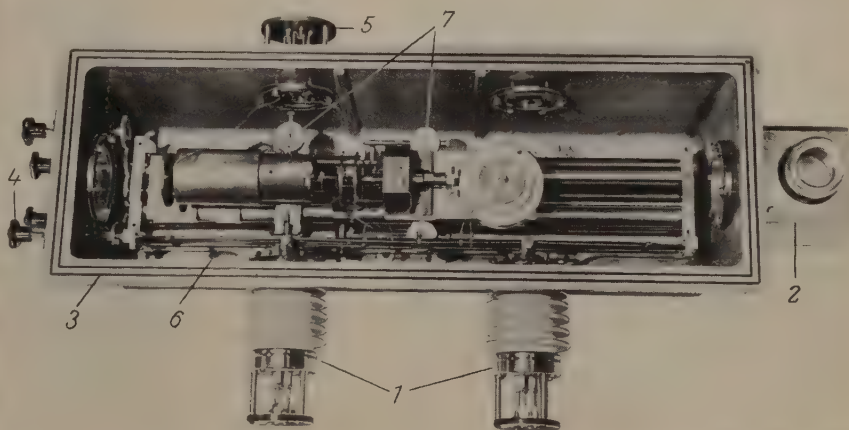


Abb. 2. Gesamtansicht der elektronenoptischen Bank bei abgenommener Glasplatte. 1 Hochspannungseinführungen; 2 Flüssige-Luft-Tasche; 3 Gummidichtung; 4 Antriebe; 5 Niederspannungseinführungen; 6 Hochspannungssammelschiene; 7 Meßuhren.

flächen des Rezipienten haben zwei größere Öffnungen erhalten, die für die Verlängerung der optischen Achse oder zur Anbringung eines Schauglases für die mikroskopische Beobachtung des Fluoreszenzschirmes dienen können. Es ist außerdem eine Kühltasche für die flüssige Luft zur Verbesserung des Vakuums anschließbar. Der aus Gußeisen hergestellte Rezipient wird von oben durch eine 20 mm dicke Glasplatte ab-

¹ Ein Harzkitt der Firma Ciba, Basel, der sich für die Hochvakuumkittungen sehr gut bewährt hat.

geschlossen, wobei die Abdichtung durch Gummischnüre, die in zwei rechteckige Nuten verlegt werden, erfolgt. Die zwei Enden einer Gummischnur werden mit einer scharfen Rasierklinge schräg abgeschnitten und mit ein wenig Fett überlappt, in die Nute gelegt. Der Raum zwischen beiden Nuten kann an die Vor-

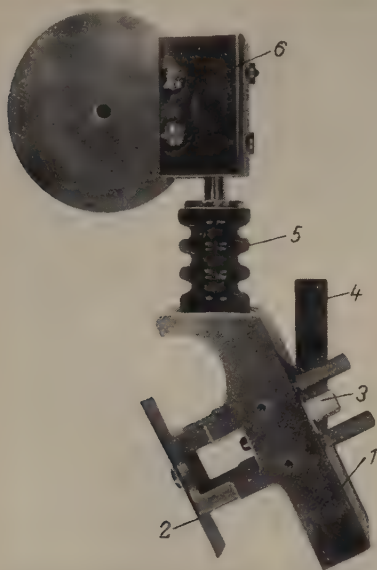


Abb. 3. Eine Reiterausführung. 1 Reiterelement; 2 Festhalte-Blattfeder; 3 Vierkantschraube für das Ankuppeln an eine Führungsmutter der Spindelwelle; 4 Zunge für Meßuhranstöß; 5 Isolator; 6 Backenhalter.

vakuumleitung gelegt werden. Es hat sich aber gezeigt, daß auch eine Nute allein für eine gute Abdichtung ausreicht.

3. Elektronenquelle.

Ein wichtiges Element aller elektronenoptischen Anordnungen ist die Elektronenquelle. Bei unseren Untersuchungen verwendeten wir bisher hauptsäch-

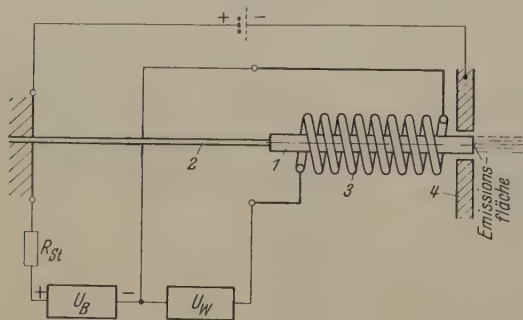


Abb. 4. Prinzipschema der Bolzenkathode. 1 Bolzen; 2 Haltestiel; 3 Heizwendel; 4 Kathodenblende.

lich die indirekt geheizte Bolzen-Kathode [1] als Elektronenquelle. Abb. 4 zeigt uns das Prinzipschema der Bolzenkathode. 1 ist der Bolzen aus Wolfram oder Tantal, dessen geschliffene Stirnfläche als Emissionsfläche benützt wird, 2 ist der Haltestiel, 3 die Heizwendel und 4 die Kathodenblende. Die Wendel wird durch Stromdurchgang geheizt und dient als Primärkathode, wobei der Bolzen Anode ist und somit durch Elektronenbombardement aufgeheizt wird. R ist ein Stabilisierungswiderstand, der die infolge Rückheizung auftretende Instabilität beseitigt.

Die Vorzüge der Bolzen-Kathode sind die rotationssymmetrische Emissionsfläche, die hohe spezifische Emissionsdichte bei guter Lebensdauer, geschliffene Kathodenoberfläche und die allgemeinen Vorzüge der Metallkathoden. Demgegenüber hat die Kathode den Nachteil eines gewissen Aufwandes in der Heizschaltung und insbesondere des größeren Leistungsverbrauches (ca. 25 W bei 3 mA Emissionsstrom, entsprechend 1 A/cm^2 , Bolzen aus Ta). Diesem letzten Umstand muß bei der Ausbildung des Kathodenkopfes für die Elektronenoptische Bank besondere Achtung geschenkt werden, da sich die Kathode auf der Hochspannung befindet und die ganze Kathodenwärme über den Hochspannungsisolator abgeführt werden muß (siehe Abb. 7). Aus diesem Grunde ist ein Tragisolator aus Sinterkorund mit großer Wärmeleitfähigkeit vorgesehen worden. Der Kathodenkopf ist auf einem Reiter aufgebaut, der mit starken Blattfedern auf die Führungswellen aufgedrückt und im Gebrauchsfall an die mittlere Spindelwelle angekuppelt werden kann, womit dann die Verschiebung der Kathode von außen erfolgt. Die Kathodeneinheit ist in einer Kathodenpatrone untergebracht, die gleichzeitig die Kathodenblende trägt, zu der die Kathode in einer besonderen Vorrichtung genau zentriert werden kann. Abb. 5 zeigt eine solche Kathodenpatrone mit drei verschiedenen Kathodeneinsätzen, die eine Haarnadel-, eine Bolzen- und eine L-Kathode enthalten.

4. Meßkäfig.

Als ein weiteres wichtiges Element der elektronenoptischen Bank ist noch der Meßkopf zu erwähnen, der zur Messung der Stromdichteverteilung in Elektronen-

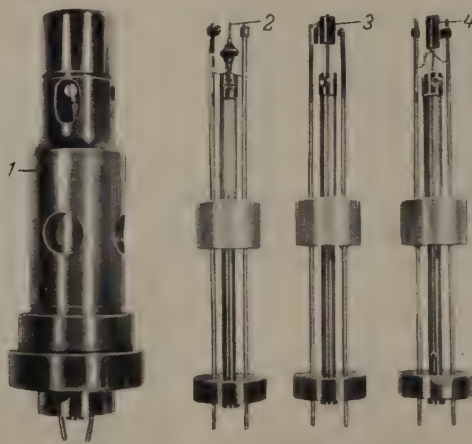


Abb. 5. Kathodenpatrone mit Kathodeneinsätzen. 1 Führungszylinder; 2 Haarnadelkathode; 3 Bolzenkathode; 4 L-Kathode.

strahlen Verwendung findet. Abb. 6 zeigt die konstruktiven Details des Meßkopfes, der eigentlich aus zwei Meßkäfigen besteht, wobei beide auf die mittlere Spindelwelle angekuppelt und gemeinsam auf der Bank verschoben werden können. Der erste Meßkäfig ist auf dem in Querrichtung verschiebbaren Schlitten eines Reiters aufgebaut und besitzt eine schlitzförmige Eingangsblende von ca. 10μ Breite und bis zu 4 mm Länge. Mit diesem Schlitz kann durch die genau meßbare Querbewegung (Meßgenauigkeit ca. 5μ) des Meßkäfigs die Stromdichte-Verteilung im Querschnitt eines rotationssymmetrischen Elektronenstrahlbündels aus-

gemessen werden. Durch die gute Abschirmung der Fangelektrode haben wir versucht, die Meßfehler, insbesondere die von den Sekundärelektronen herührende, möglichst auszuschalten. Die Fangelektrode kann am Ausgang mit einer Lochblende versehen werden, wodurch ein Teil der Elektronen in den zweiten Meßkäfig gelangt. Die Zentrierung des Elektronenstrahles auf diese Blende erfolgt durch die beiden Ablenkplattenpaare. Man kann dadurch noch die Messung des Richtstrahlwertes eines Elektronenstrahlers durchführen. Die zu einer scharfen Schneide geschliffenen Kanten von zwei Wolframplättchen bilden die Eingangsschlitzblende. Es müßte Wolfram benützt werden, da bei hohen Strömen in schmalstem Querschnitt eines Elektronenstrahlbündels eine sehr hohe thermische Belastung der Blende entsteht. Diese Eingangsblende ist auf einen zum Schwalbenschwanzschlitten ausgebildeten Halter befestigt, womit eine zusätzliche Verschiebung in senkrechter Richtung ermöglicht wird, die allerdings nicht von außen zu betätigen ist. Diese Verschiebungsmöglichkeit ist von Nutzen, wenn anstelle der Schlitzblende eine Kreislochblende als Meßblende benützt wird.

5. Justierung und Lagemessung.

Wir wollen noch kurz auf die Justierung und die Lagemessung einzelner Systemelemente eingehen. Für die Aufbau- und Justierzwecke kann die ganze Bank leicht aus dem Rezipienten herausgenommen werden. Abb. 7 zeigt die Bank auf dem Justiertisch mit einem Versuchsaufbau zur Ausmessung von Elektronenstrahlern. Die Zentrierung und Ausrichtung einzelner Lochblenden und Zylinderelektroden erfolgt mit Hilfe eines massiven Hilfsreiters, der auf den beiden oberen Führungswellen sitzt und in der Höhe der elektronenoptischen Achse eine Bohrung von 20 mm \varnothing besitzt. Diese Bohrung hat genau die Richtung der optischen Achse und kann zum Einstecken von Zentrierbolzen oder eines Zentriermikroskopes dienen. Die Bohrung des Kathodenkopfes für die Kathodenpatronen wird genauestens nach dieser Bohrung des Hilfsreiters ausgerichtet. Sie hat den gleichen Durchmesser, so daß auch sie für die Zentrierzwecke Verwendung findet. Dank der massiven Führungswellen und der präzisen Ausführung derselben sowie der einzelnen Reiter, kann jeder Reiter nach dem Zentrieren von der Bank weggenommen und später auf irgend einer Stelle der Bank angebracht werden; die Zentrierung mit Zentrierdornen kann auch erfolgen, ohne daß die Bank aus dem Rezipienten herausgenommen wird. So kann man leicht Versuchsreihen mit verschiedenen Blendendurchmessern durchführen.

Zur Messung der Lage der von außen verschiebbaren Elemente sind verschiedene Möglichkeiten vorgesehen. Für eine grobe Messung kann die Verdrehung der Antriebsknöpfe als Maß genommen werden. Die drei Spindelwellen für die Axialverschiebungen haben eine Steigung von 1,5 mm. An jedem Knopf ist eine Skala mit 15 Teilstrichen angebracht und ermöglicht noch eine gute Einstellung auf Zehntelmillimeter. An

jedem Knopf ist noch ein Zählwerk angekoppelt, was eine Registrierung bis zu 20 Umdrehungen ermöglicht. Bei dem Antriebsknopf für die Querbewegung entspricht einer Umdrehung des Knopfes $\frac{1}{16}$ mm Verschiebung des Schlittens. Für genauere Messungen werden vier Meßuhren auf die Bank montiert, wie in Abb. 2 und 7 zu sehen ist. Diese Meßuhren ermöglichen eine genaue Messung aller vier Verschiebungen bis auf ca. 5 μ . Dies ist besonders von Vorteil bei der Quer-

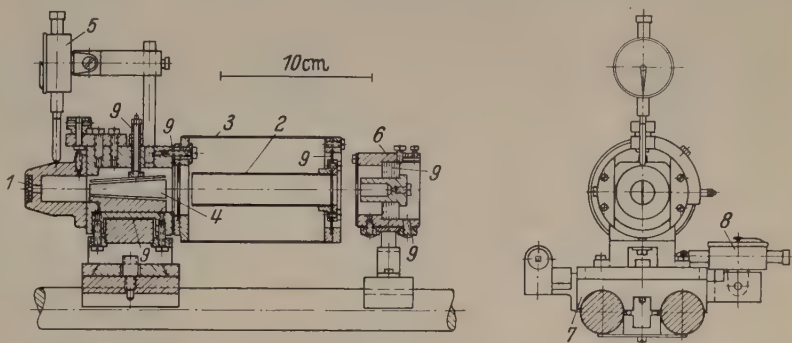


Abb. 6. Meßkäfig. 1 Meßblende; 2 Fangelektrode; 3 Abschirmzylinder; 4 Ablenkplattenpaar; 5 Abnehmbare Meßuhr; 6 Zweiter Meßkäfig; 7 Schlittentisch-Reiter; 8 Meßuhr für Querverschiebung; 9 Isolation.

bewegung des Meßkäfigs, wodurch im Zusammenhang mit der feinen Meßblende eine genaue Ausmessung sehr schmaler Strahlquerschnitte möglich ist. Ein Nachteil der Meßuhren, insbesondere für die Messung der Axialverschiebungen, ist ihre begrenzte Meßlänge, die bei drei Uhren 5 mm und bei einer Uhr 10 mm beträgt. Für jede Verlängerung des Meßbereiches muß nach dem Öffnen des Rezipienten die Meßuhr verschoben werden. Aus diesem Grunde ist geplant, einen Komparator auf die Glasabdeckplatte aufzubringen, wodurch beliebige Längen genau gemessen werden können.

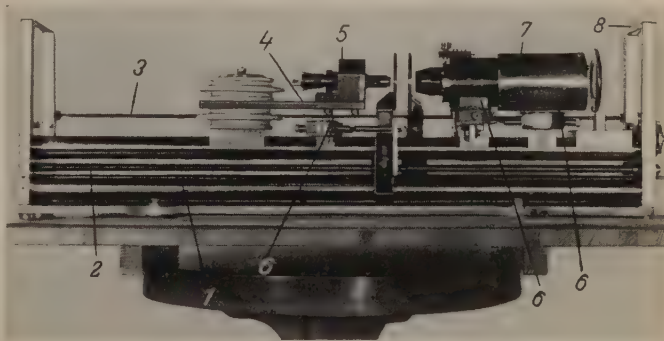


Abb. 7. Elektronenoptische Bank auf dem Justiertisch. 1 Führungsschiene; 2 Spindelwelle; 3 Vierkantwelle; 4 Kathodenkopf; 5 Kathodenpatrone; 6 Meßuhren; 7 Meßkäfig; 8 Tragbügel.

6. Hochvakuumanlage.

Zur Evakuierung des Rezipienten dient ein mobiler Pumpstand mit zwei in Serie geschalteten zweistufigen Diffusionspumpen eigener Konstruktion, die eine Pumpgeschwindigkeit von 150 l/sec bei 10^{-5} Torr besitzen. Die Vorvakuumpumpe ist im Pumpstand fest eingebaut; sie kann während den Messungen ausgeschaltet werden. Um die erreichten Arbeitsbedingungen und die Dichtigkeit zu demonstrieren, können wir folgende Angaben machen: Nachdem der Rezipient ca. eine Stunde offen geblieben ist, und ein Systemwechsel vorgenommen wurde, kann in einer halben Stunde der Druck von ca. 10^{-4} Torr, und in $1\frac{1}{2}$ Stunden von ca. 10^{-5} Torr, erreicht werden (Gesamtinhalt des Rezi-

pienten ca. 50 l). Schaltet man nun die Vorvakuum-pumpe aus und beginnt mit den Messungen, so steigt der Druck im Vorvakuumreservoir (Inhalt ca. 30 l) nach 15 Min. von 16×10^{-3} Torr auf 65×10^{-3} Torr. (Virtuelles Leck!). Man kann aber die Vorvakuum-pumpe während ca. 4 Stunden abgeschaltet lassen, wobei dank der Kettenpumpenanordnung das Hochvakuum nicht beeinträchtigt wird; es verbessert sich in dieser Zeit auf ca. 8×10^{-6} Torr, während der Druck im Vorvakuumreservoir schon nach 30 Min. mit unse-

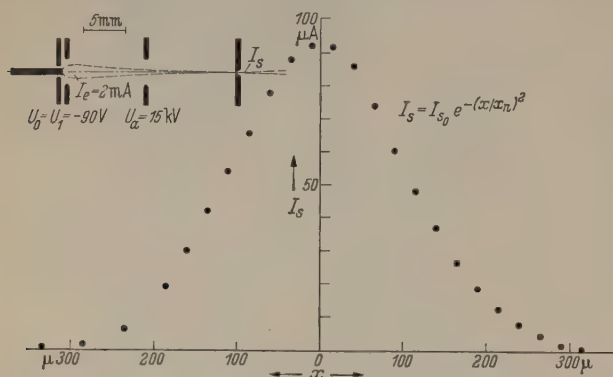


Abb. 8. Stromdichteverteilung im Crossover eines Elektronenstrahlers.

rem Pirani-Manometer nicht meßbar wird ($> 10^{-1}$ Torr). Hat man den Rezipienten während 12 Stunden evakuiert, so erreicht man ein Endvakuum von ca. 5×10^{-6} Torr und man kann nun die Vorvakuum-pumpe mehr als 10 Stunden abschalten, ohne daß dieses Vakuum beeinträchtigt wird. Die Gesamtundichtigkeit in diesem Falle bei abgeschalteter Vorvakuum-pumpe aber arbeitender Diffusionspumpe ergibt sich zu 7×10^{-5} Torr l/sec.



Abb. 9. Struktur eines 300 mA—30kV-Elektronenstrahles aus einer Elektronenspritze für Betatron.

7. Ein Untersuchungsbeispiel.

Zum Schluß wollen wir noch als Beispiel ein Meßresultat aus einer Untersuchung der Elektronenstrahler auf der neuen Bank, worüber an anderer Stelle näher berichtet wird, angeben. Es handelt sich hier um die Verteilung der Stromdichte in dem engsten Querschnitt eines Elektronenstrahlbündels, dem Crossover¹. Bekanntlich besteht nach E. RUSKA [2], R. R. LAW [3], D. B. LANGMUIR [4] und J. R. PIERCE [5] für diese Verteilung folgende durch die thermische Elektronen-emission bedingte Beziehung:

$$j = j_0 e^{-\left(\frac{r}{r_n}\right)^2} \quad (1)$$

r ist der Abstand vom Zentrum des Crossovers, r_n und j_0 sind zwei Konstante, auf deren quantitative Größe wir hier nicht eingehen wollen; wie man leicht sieht, entspricht j_0 der maximalen Stromdichte im Zentrum

des Crossovers. Es kann leicht gezeigt werden, daß die Ausblendung der Elektronenstrahlen im Crossover durch eine genügend schmale und lange Schlitzblende für den durch den Schlitz durchfallenden Strahlstrom eine ähnliche Beziehung gilt. Es ist

$$I_x = I_{x0} e^{-\left(\frac{x}{x_n}\right)^2} \quad (2)$$

x ist der Abstand des Schlitzes von der Crossovermitte, I_{x0} ist der Strahlstrom für $x = 0$ und x_n eine Konstante, die wir schlechthin als die Breite der Glockenkurve bezeichnen wollen. In Abb. 8 sind einige Meßpunkte für I_x in Funktion von x eingetragen. Die schematische Darstellung des Elektronenstrahlers ist ebenfalls in Abb. 8 eingezeichnet. Trägt man die Meßpunkte als $\ln \frac{I_{x0}}{I_x}$ in Abhängigkeit von x in ein

doppelt logarithmisches Koordinatensystem ein, so liegen alle Punkte sehr gut auf einer Geraden mit der Steigung 2, entsprechend der theoretischen Erwartung.

Als ein weiteres Beispiel aus den Untersuchungen auf der neuen Bank, zeigt uns Abb. 9, eine „Strahlentisch-Aufnahme“ eines Elektronenstrahles, die in einer für die Betatron-Röhren entwickelten Elektronenspritze erzeugt wird.

Zusammenfassung.

Es wird eine neue elektronenoptische Bank für Forschungs- und Demonstrationszwecke beschrieben, die folgende Hauptmerkmale besitzt: 1. Die Möglichkeit einer direkten Ausmessung der elektronenoptischen Bilder auf dem Fluoreszenzschirm mittels eines Mikroskopes und des direkten Photographierens von außen. 2. Die Möglichkeit einer ständigen Beobachtung der ganzen Bank im Betrieb, wobei die Lage einzelner Elemente auf der Bank mittels eines Komparators ausgemessen werden kann. 3. Die Anschlußmöglichkeit eines zweiten Rezipienten zwecks Verlängerung der optischen Achse. 4. Leichtes Herausnehmen der Bank aus dem Rezipienten für Justierzwecke. 5. Die Längsverschiebungsmöglichkeiten für drei verschiedene elektronenoptische Elemente auf der Bank, wobei ein Element noch zusätzlich eine Querverschiebung erhalten kann. Diese Verschiebungen sind unter Vakuum durchführbar und gleichzeitig mit einer Ablesegenauigkeit von einigen μ durch eingebaute Meßbühnen genau meßbar. 6. Leichte Verschiebung der übrigen Elemente auf der Bank nach dem Öffnen des Rezipienten. 7. Betriebssichere mehradrige Einführung der Hochspannung bis zu 40 kV, wobei es möglich ist, zu gleicher Zeit negative und positive Polarität gegen Erde anzuwenden. Dies erlaubt, mit doppelter Elektronenspannung zu arbeiten. 8. Ein Betriebsvakuum von ca. 10^{-5} Torr.

Ein wesentlicher Unterschied gegenüber den früheren Ausführungen besteht in dem Führungskörper; die klassische prismatische Führungsschiene wird durch ein System von vier zylindrischen Wellen ersetzt. Man erreicht dadurch zweierlei, erstens die Möglichkeit eines gedrängten Aufbaues von Blendensystemen und zweitens die Möglichkeit der unabhängigen Verschiebung von drei verschiedenen Elementen von außen. Anschließend wird noch ein Meßergebnis der Elektronendichteverteilung in der Brennebene (Crossoverebene) eines elektronenoptischen Immersionsobjektives mit thermischer Kathode als Objekt wiedergegeben.

¹ Da wir in der deutschen Sprache keinen geeigneten Ausdruck kennen, benützen wir dieses in der anglo-amerikanischen Literatur eingebürgerte Wort.

Die neue elektronenoptische Bank wurde 1950 am Institut für technische Physik an der Eidg. Technischen Hochschule in Zürich konstruiert und gebaut. Ich möchte auch an dieser Stelle dem Leiter des Institutes, Herrn Prof. E. BAUMANN, für sein stets förderndes Interesse an dieser Arbeit meinen Dank aussprechen.

Literatur. [1] BAŞ, E. B.: Wiss. Veröff. d. Inst. f. techn. Physik d. E. T. H., Zürich, Nr. 1 (1950). — [2] RUSKA, E.: Z. Phys. 83, 684 (1933). — [3] LAW, R. R.: Proc. Inst. Rad. Eng. 25, 954 (1937). — [4] LANGMUIR, D. B.: Proc. Inst. Rad. Eng. 25, 977 (1937). — [5] PIERCE, J. R.: J. Appl. Phys. 10, 715 (1939).

Dr. ENIS B. BAŞ, Institut für techn. Physik
der Eidgen. Technischen Hochschule, Zürich.

Dickenmessung an Objekten geringer lateraler Ausdehnung mit Dreistrahlinterferenzen.

Von ERICH MENZEL u. KLAUS SCHMIDT.

Mit 9 Textabbildungen.

(Eingegangen am 14. Dezember 1953.)

Einführung.

Durch das Phasenkontrastverfahren von ZERNIKE und die Vielstrahlinterferenzen von TOLANSKY wurde in den letzten Jahren das Interesse der Anwender optischer Beobachtungs- und Meßmethoden auf die Möglichkeit gelenkt, dünne durchsichtige Schichten und entsprechende biologische Objekte nicht nur zu erkennen, sondern auch ihre Dicke zu messen. In der Optik ist das Auflösungsvermögen für Dickenmessungen im Gegensatz zum lateralen Auflösungsvermögen nicht prinzipiell begrenzt. So kann man auch noch Schichten von molekularer Größenordnung erfassen. Für die Dickenmessung an Objekten geringer lateraler Ausdehnung eignet sich insbesondere das Interferenzmikroskop nach LINNIK oder RÄNTSCH und mit noch größerer Genauigkeit das TOLANSKY-Verfahren.

Eine Voraussetzung für diese Methoden in ihrer einfachsten Form ist das Vorhandensein ausgedehnter einheitlicher Objektbereiche, auf die mehrere Interferenzlinien gelegt werden können. Die Verschiebung der Liniensysteme auf verschiedenen Bereichen gegeneinander gibt dann den Dickenunterschied dieser Bereiche. Sind die einheitlichen Objektbereiche zu klein, um Interferenzstreifen erkennen zu lassen, so ist man auf Intensitätsmessungen angewiesen. Hier, wie auch bei quantitativen Phasenkontrastmethoden, werden dazu elektronische Hilfsmittel eingesetzt. Neben den Intensitätsmessungen gibt die spektrale Zerlegung des Lichts in verschiedenen Objektdetails eine Möglichkeit, Dickenunterschiede zu bestimmen.

Alle diese Methoden sind mit einem erheblichen apparativen Aufwand verknüpft; wir haben deshalb einen vor kurzem ausgesprochenen Gedanken [1] weiter verfolgt, um mit einfachsten Mitteln Dickenmessungen an mikroskopischen Objekten kleinster lateraler Ausdehnung (bis 5μ) vornehmen zu können. Es handelt sich dabei um die Übertragung von Dreistrahlinterferenzen auf das Mikroskop.

Dreistrahlinterferenzen.

Nach einem von ZERNIKE [2] angegebenen Verfahren wird ein Dreifachspalt (DS) parallel und monochromatisch beleuchtet. Hinter ihm entsteht ein Interferenzfeld, das entweder mit einem Fernrohr oder unmittelbar mit einer Lupe [3] beobachtet werden kann (Abb. 1a). Die Interferenzerscheinungen wechseln periodisch ihr Aussehen, wenn man die Entfernung der Beobachtungsebene von DS einsinnig ändert. Be-

sonders charakteristisch sind zwei Typen von Bildern, sie liegen in ausgezeichneten Ebenen, die als A - und B -Ebenen bezeichnet werden mögen.

In den A -Ebenen zeigen sich abwechselnd kräftige und schwächere Interferenzmaxima. In aufeinanderfolgenden A -Ebenen sind die Hauptmaxima um eine halbe Periode gegeneinander versetzt. Der Gang-

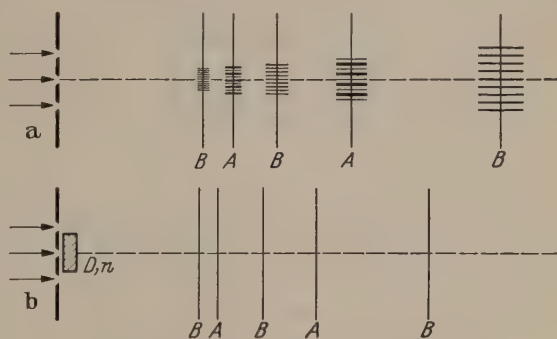


Abb. 1. Lage der charakteristischen Ebenen.

unterschied δS des Lichts vom Mittelspalt bzw. einem Seitenspalt zum Schnittpunkt der Achse mit einer A -Ebene beträgt stets ein ganzzahliges Vielfaches einer halben Wellenlänge.

In den B -Ebenen besitzen alle Interferenzmaxima die gleiche Helligkeit, deshalb läßt sich die Lage dieser Ebenen besonders scharf fixieren. Hier ist δS ein ungerades Vielfaches von $\lambda/4$.

Die A -Ebene $\delta S = 0$ liegt bei parallel beleuchtetem DS im Unendlichen oder mit Fernrohrbeobachtung in der Brennebene des Objektivs. Beleuchtet man DS konvergent, so liegt diese Ebene in endlicher Entfernung hinter DS ; sie enthält den Konvergenzpunkt.

In Abb. 1a ist die Intensitätsverteilung in den Interferenzebenen idealisiert, denn wegen der endlichen Spaltbreiten in DS fällt die Lichtintensität in den Interferenzebenen in Wirklichkeit mit wachsender Entfernung von der Achse ab. Der Kompromiß zwischen Helligkeit (weite Spalte) und ausreichender Zahl von Interferenzstreifen (enge Spalte) muß experimentell gefunden werden.

Bringt man ein durchsichtiges Häutchen der Dicke D und der Brechzahl n vor den Mittelspalt der Anordnung, so wird das hier austretende Licht durch das Häutchen in der Phase verzögert. Die charakteristischen Interferenzbilder rücken dadurch in Richtung auf DS (Abb. 1b). Aus der Lage einer charakteristi-

schen Ebene mit freiem DS und ihrer Verschiebung nach Einbringen des Häutchens kann so auf die Phasenverzögerung durch das Häutchen und damit auf seine Dicke geschlossen werden.

FLEISCHMANN und SCHOPPER [4] haben durch Anwendung polarisationsoptischer Mittel mit diesem Verfahren auch absorbierende Häutchen messen können.

Übertragung auf das Mikroskop.

In den genannten Anordnungen wurde die zu messende Schicht stets an DS angebracht, sie durfte also eine bestimmte Ausdehnung nicht unterschreiten und mußte in dieser Größe homogen sein. Die Übertragung der Dreispalt-Interferenzen auf das Mikroskop ermöglicht Dickenmessungen auch bei Objekten

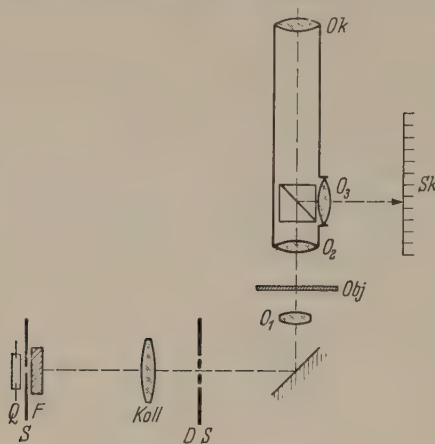


Abb. 2. Der Aufbau.

von sehr kleiner Ausdehnung, etwa bei biologischen Präparaten. Gleichförmigkeit von Objekt und Träger ist hier nur für sehr kleine Bereiche zu fordern.

Da der DS nicht beliebig klein gemacht werden kann, bildet man ihn verkleinert auf das Objekt ab. Durch Verschiebung des Objekts kann nun der zu messende Objektbereich mit einem der Spaltbilder zur Deckung

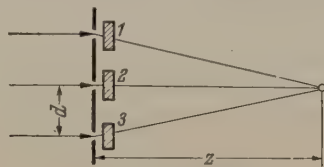


Abb. 3. Zur Rechnung.

gebracht werden. Dabei wird das Objekt zur Orientierung zusätzlich mit weißem Licht beleuchtet. Die Interferenzstreifen erscheinen beim Herausdrehen des Mikroskoptubus aus der Scharfeinstellung auf das Objekt. Durch eine besondere Ablesevorrichtung kann die Stellung des Tubus und damit der Abstand der charakteristischen Interferenzebenen vom Bild des Dreifachspalts bestimmt werden.

Mit dem so umgewandelten Verfahren konnten noch kreisförmige Objektbereiche von 5μ Durchmesser gemessen werden. Die für diese extreme Forderung erprobten optischen Elemente sind bei der folgenden Beschreibung in Klammern angegeben.

Abb. 2 zeigt ihre Anordnung. In einem Durchlichtmikroskop wird der Kondensor durch ein Mikroobjektiv O_1 (Achromat 18/0,47) ersetzt. Der Dreifachspalt DS wurde aus Bronzebändchen gefertigt und war unveränderlich (Spaltabstand $d = 0,4$ mm; Spalthöhe und -breite $0,1$ mm). O_1 bildet DS über einen

Oberflächenspiegel, der auf dem Beleuchtungsspiegel des Mikroskops befestigt ist, verkleinert in der Objektebene ab. Ein Oberflächenspiegel ist notwendig, damit keine Doppelbilder entstehen. Der verstellbare Beleuchtungsspalt S wird über einen Kondensor, oder direkt, von einer Quecksilberlampe (Original Hanau S 80) beleuchtet. Ihr Licht wird mittels einer Filterkombination (Schott BG 18, BG 2 OG 1 liefert $\lambda = 5461 \text{ \AA}$) monochromatisch gemacht. Die Kollektivlinse $Koll$ (Anastigmat 16 cm) bildet S abweichend von dem üblichen KÖHLERSchen Strahlengang, in eine Ebene zwischen DS und O_1 , etwas vor dem Beleuchtungsspiegel, ab. Diese Ebene wird durch O_1 weiter abgebildet in eine Ebene, die wenig über dem Objekt liegt (Bruchteile eines Millimeters).

Die Wahl dieses Strahlengangs hat folgende Gründe: Jeder der drei Einzelspalte von DS liefert ein Beugungsbild, dessen Intensitätsverteilung durch die Funktion $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ dargestellt wird und bei dem die

Breite des Hauptmaximums umgekehrt proportional der Spaltbreite ist. Ein brauchbares Dreistrahlinterferenzbild kann nur entstehen, wo sich die drei Beugungsbilder 0-ter Ordnung der Einzelspalte annähern decken. Dies ist der Fall in der Nähe der Bildebene des Beleuchtungsspalts S . Man muß also S in eine solche Ebene abbilden, auf die man das Mikroskop einstellen kann, d. h. wenig oberhalb der Objektebene. Dabei nimmt man allerdings in Kauf, daß dann das Objekt nicht parallel durchleuchtet wird. Wie später gezeigt wird, liegt der dadurch verursachte Meßfehler im allgemeinen innerhalb der Fehlergrenzen des Verfahrens.

Objekt und Interferenzebenen werden mit dem üblichen Mikroskoptubus betrachtet; dieser ist ausgerüstet mit dem Objektiv O_2 (Trockensystem, numer. Apertur etwa 0,65) und Okular Ok (15fach).

Zum Ablesen der Tubushöhe wurde anfangs am Tubus eine auf Glas geritzte Skala angebracht und mit einem am Gestell des Mikroskops befestigten Hilfsmikroskop abgelesen. Besser hat sich folgende Vorrichtung bewährt: Am Tubus wird ein Vertikalilluminator angebracht und in dessen Seite ein Mikroobjektiv O_2 (analog Zeiß A 8, Baulänge verkürzt, um das ABBEsche Komparatorprinzip möglichst wenig zu verletzen) eingeschraubt. Am Gestell des Mikroskops ist eine photographisch hergestellte Mikroskala (Länge 3 mm, Strichabstand $13,5\mu$) befestigt. Da das Meßergebnis aus einem Doppelverhältnis folgt (Gl. (6)), braucht der Strichabstand der Skala nicht genau bekannt zu sein. Die Skala kann über den Illuminator (Lichtteilerwürfel oder Prisma bzw. Planglas, halbdurchlässig verspiegelt) und O_2 beobachtet werden. Im Okular befindet sich ein Faden, an dem die Skala beim Verstellen des Tubus vorbeiwandert. Beim Betrachten des Objekts oder der Interferenzstreifen wird die Skalenbeleuchtung ausgeschaltet.

Das Licht für die zusätzliche Objektbeleuchtung wird über eine Glasplatte in den Interferenzstrahlengang gespiegelt (in Abb. 2 nicht enthalten). Die Objektbeleuchtung wird nur zur Betrachtung und Justierung des Objekts eingeschaltet. Ihre Helligkeit ist regelbar, damit sie zu der Helligkeit des Dreifachspalts in ein geeignetes Verhältnis gebracht werden kann, so daß Objekt und Dreifachspalt gleichzeitig sichtbar sind.

Meßvorgang und Auswertung.

Die Intensitätsverteilung im Interferenzbild wird berechnet durch Überlagerung von Lichtwellen (Wellenlänge λ) aus den einzelnen Spalten von DS . Wir schreiben der Einfachheit halber das Ergebnis für Spalte an, die schmal gegenüber ihrem Abstand sind. Es werden noch die wesentlichen Züge der Erscheinung erfaßt, nur der monotone Intensitätsabfall bei Entfernung von der Achse bleibt unberücksichtigt. Der Abstand z der betrachteten Interferenzenebene von

für die B -Ebenen

$$I = \cos^2\left(\frac{k x d}{z}\right) + \frac{1}{4}.$$

Abb. 4 gibt Aufnahmen verschiedener A - und B -Ebenen im Mikroskop wieder. Sie entsprechen in der Umgebung $\Omega = 0$ der Rechnung; hier liegt das geometrisch-optische Bild des Beleuchtungsspalts S (vgl. Abb. 2). Die Ebenen $\Omega = \pm \pi/2$ werden für die Messungen verwendet. Bei größerem Gangunterschied Ω wirkt sich die Breite der Spalte von DS auch dahin aus,

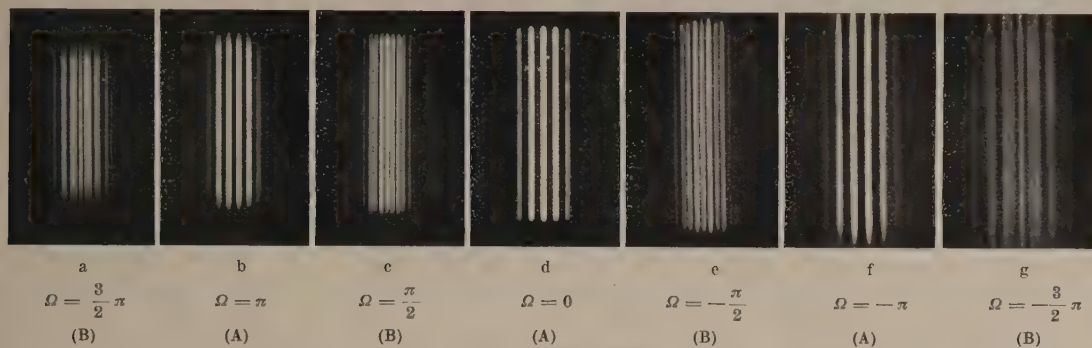


Abb. 4. Interferenzbilder.

S (bzw. der Abbildung von DS in der Objektebene des Mikroskops) sei groß gegen den Spaltabstand d (Abb. 3). Vor jedem der Spalte $i = 1, 2, 3$ liege je ein Häutchen; es verzögert die Phase des durchtretenden Lichts um den Winkel φ_i und bringt seine Amplitude auf den Betrag a_i . Die Lichtamplitude in einer Interferenzenebene lautet dann mit $k = 2\pi/\lambda$ bis auf einen konstanten Faktor

$$\left. \begin{aligned} (x, z) = & a_1 \exp - i \left(\frac{k(x-d)^2}{2z} + \varphi_1 \right) \\ & + a_2 \exp - i \left(\frac{kx^2}{2z} + \varphi_2 \right) \\ & + a_3 \exp - i \left(\frac{k(x+d)^2}{2z} + \varphi_3 \right). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Setzt man DS unbedeckt ($a_i = 1$; $\varphi_2 = 0$), läßt aber formal $\varphi_1 = \varphi_3 \neq 0$, so wird durch Gl. (1) auch eine konvergente oder divergente Beleuchtung von DS beschrieben. Eine Bedeckung von DS wird durch Addition eines weiteren Phasenwinkels berücksichtigt. Die praktisch verwendete konvergente Beleuchtung ändert nichts an dem typischen Aussehen der Interferenzerscheinung, auch für die Auswertung ist sie unwesentlich, da stets nur die Phasendifferenz interessiert, die durch das Objekt eingeführt wird. Wir können deshalb der Einfachheit halber die Überlegungen für die parallele Beleuchtung weiterführen.

Bei unbedecktem DS ergibt sich aus Gl. (1) die Intensität zu

$$\left. \begin{aligned} (x, z) = & \frac{1}{4} + \cos^2\left(\frac{k x d}{z}\right) + \cos \frac{k x d}{z} \cdot \cos \Omega \\ & \text{mit } \Omega = \frac{k d^2}{2z} = k \delta S. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

den charakteristischen Interferenzenebenen ist $\Omega = \nu \pi$ (A -Ebenen) bzw. $\Omega = \frac{2\nu+1}{2} \cdot \pi$ (B -Ebenen) mit ganzzahligem ν . Für die A -Ebenen gilt dann

$$I = \left\{ \cos \frac{k x d}{z} \pm \frac{1}{2} \right\}^2;$$

daß die einzelnen Lichtbündel aus den Spalten nur noch teilweise miteinander interferieren, da sie nur begrenzte Breite besitzen und wieder auseinanderlaufen. Die Höhe der Interferenzfiguren ist im Wesentlichen bestimmt von der Länge des Spalts S und der Koordinate z .

Ω ist maßgebend für das Aussehen der Interferenzfigur, es ändert sich mit der Verschiebung des Mikroskoptubus. Bringt man ein durchsichtiges Häutchen der Phasenverzögerung φ_2 vor den Mittelspalt von DS (Bedeckungssymbol(OXO)), so wird $\Omega = \frac{k d^2}{2z} - \varphi_2$. Die charakteristische Figur $\Omega = -\pi/2$ erscheint hier im Abstand z von DS . Mit unbedecktem Spalt (OOO) erschien die gleiche Figur bei z_1 . Aus diesen beiden Einstellungen läßt sich φ_2 zu

$$\varphi_2 = \frac{k d^2}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_1} \right) + m \pi \quad (3)$$

bestimmen. φ_2 bleibt dabei um ein ganzzahliges Vielfaches von π unbestimmt. Dies muß in einem andersartigen Verfahren [5] ermittelt werden.

Ist das zu messende Objekt ausgedehnt und läßt sich nicht als schmaler Streifen präparieren (z. B. ein Mikrotomschnitt), so kann man es nur vor einen Seitenspalt oder vor zwei nebeneinanderliegende Spalte bringen ((OOX) oder (OXX)). Für (OOX) gilt mit der angegebenen Bedeutung von z und z_1

$$\varphi_3 = -k d^2 \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_1} \right) + 2 m \pi \quad (4)$$

(Arbeit [1] enthält einen Vorzeichenfehler in der entsprechenden Formel).

Bei dieser Meßart wird die Interferenzfigur um einen kleinen Betrag senkrecht zur Achse verschoben, weil das Häutchen als Prismenbasis wirkt; das stört aber nicht weiter.

Zur Auswertung von Gl. (3) und (4) braucht man noch den Spaltabstand d in der Objektebene des Mikroskops. Eine direkte Bestimmung ist sehr anspruchsvoll, daneben auch unbequem, weil d sich bei jeder Neujustierung des Aufbaus ändert. d folgt bei kon-

stanter Objektlage auch aus der Einstellung auf die beiden B -Ebenen $\Omega = -\pi/2$ (ergibt z_1) und $\Omega = +\pi/2$ (ergibt z_2).
Daraus folgt

$$\frac{k d^2}{2} = \pi \frac{z_1 z_2}{z_1 - z_2} \tag{5}$$

Damit wird Gl. (3)

$$\varphi_2 = \pi \frac{z_2 (z_1 - z)}{(z_1 - z_2) z} + m \pi.$$

Für den praktischen Gebrauch muß noch der Nullpunkt der z -Skala bestimmt werden; er liegt in der Objektebene, wo auch DS scharf erscheint. Die Posi-

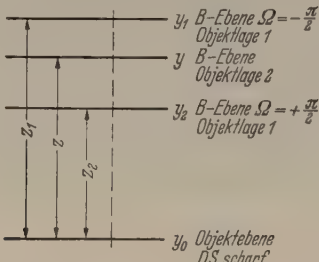


Abb. 5. Zum Meßvorgang.

tion des Mikroskoptubus auf der Skala sei für diese Einstellung gleich y_0 . Dann ergeben sich die andern Meßgrößen aus Abb. 5. Mit diesen neuen Koordinaten wird

$$\varphi_2 = \pi \cdot \frac{(y_1 - y) (y_2 - y_0)}{(y - y_0) (y_1 - y_2)} + m \pi. \tag{6}$$

Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, den Gangunterschied eines Objekts zu messen. Bei allen muß das Objekt nacheinander in zwei verschiedene Lagen relativ zum Bild des Dreifachspalts gebracht werden; bei der ersten Lage des Objekts muß man auf zwei benachbarte B -Ebenen (y_1 und y_2), bei der zweiten Lage auf eine nunmehr verschobene B -Ebene (y) einstellen.

Mit den oben eingeführten Bedeckungssymbolen sind die verschiedenen Meßarten in folgender Tabelle dargestellt:

Tabelle 1.

Verschiedene Möglichkeiten zur Messung des Gangunterschieds.

Meßart	Objektlage bei Einstellung auf		b	Bemerkungen
	y_1 und y_2	y		
1	(OOO)	(OOX)	$-1/2$	für ausgedehnte Objekte [1]
2	(OOO)	(OXO)	1	für Streifen [2]
3	(OOX)	(OXX)	1	für ausgedehnte Objekte
4	(OOX)	(OXO)	$3/2$	für Streifen
5	(XOX)	(OXO)	2	für Doppelstreifen, Meßart realisiert mit Fünffachspalt [2]

Der Faktor b in Tab. 1 vergleicht die Wirkung der Objektphase φ bei der jeweiligen Meßart mit ihrer Wirkung bei Meßart 2, die als erste von ZERNIKE angegeben wurde. b gibt auch ein Maß für die Empfindlichkeit der Meßart.

Die Meßarten 1 und 3 kommen für Objekte größerer Ausdehnung in Frage; 2 und 4 für kleine Objekte, die nur einen Spalt bedecken. Bei 5 sind zwei gleichartige Objekte mit bestimmtem Ausdehnungs-Abstands-Verhältnis notwendig.

Der Gangunterschied Δ des Lichts durch ein Häufchen (Dicke D und Brechzahl n) gegen die Umgebung der Brechzahl n_0 ergibt sich aus seiner Phasenverzögerung φ zu $\Delta = \frac{\varphi \lambda}{2 \pi}$. Damit wird

$$\Delta = \frac{1}{2 b} \left\{ \lambda \frac{(y_1 - y) (y_2 - y_0)}{(y - y_0) (y_1 - y_2)} + m \lambda \right\}; m = 0, \pm 1, \pm 2.$$

m ist unbekannt und muß auf andere Weise ermittelt werden.

Will man die Dicke D erhalten, verwendet man die Beziehung $\Delta = (n - n_0) D$; hierbei müssen n und n_0 bekannt sein. Kann man das Objekt in zwei verschiedene Immersionen (n_0 und n'_0) bringen, ohne es zu beschädigen, so lassen sich n und D bestimmen aus den Messungen von Δ und Δ' zu

$$D = \frac{\Delta - \Delta'}{n'_0 - n_0} \quad \text{und} \quad n = \frac{\Delta n'_0 - \Delta' n_0}{\Delta - \Delta'}.$$

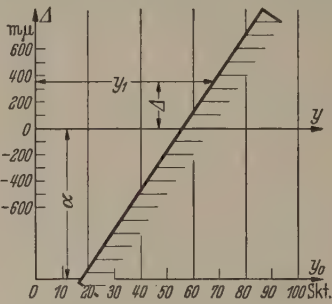


Abb. 6. Graphische Auswertung.

Soll eine größere Anzahl gleichartiger Objekte nach Meßart 1 oder 2 gemessen werden, so läßt sich Δ aus den y -Werten bequemer graphisch ermitteln. Man schreibt Gl. (7) ohne Berücksichtigung von m in der Form

$$\Delta = \alpha \frac{y_1 - y}{y - y_0},$$

wobei

$$\alpha = \frac{\lambda}{2 b} \cdot \frac{(y_2 - y_0)}{(y_1 - y_2)}$$

eine Konstante ist, die vor der Meßserie bestimmt werden kann. Da α gegen eine Verschiebung des Maßstabs ($y_i = y_i + c$) invariant ist, wird es durch kleine Schwankungen der Dicke des Objektträgers nicht geändert.

Die praktische Ausführung ist in Abb. 6 angedeutet: Auf ein mm-Papier werden zwei parallele Geraden im Abstand α aufgezeichnet und mit demselben Maßstab versehen. Senkrecht dazu wird, beginnend bei der oberen Geraden, ein Maßstab für Δ aufgezeichnet. Ein Lineal wird an die den abgelesenen Werten y bzw. y_0 entsprechenden Punkte der beiden Geraden angelegt. Der Punkt, in dem die Linealkante die Abszisse y_1 schneidet, hat die Ordinate Δ .

Außer der schnelleren Berechnung von Δ hat dieses Auswertungsverfahren noch den Vorteil, daß pro Messung nur 3 Einstellungen zu machen sind, wenn α einmal bestimmt ist. Nach der Bestimmung von α darf an der Apparatur nichts mehr verändert werden.

Diskussion der Meßfehler.

a) Absorption durch das Objekt.

Bei der Objektlage (OXO) gelte $a_1 = a_3 = 1$; $a_2 \neq 1$. Die Intensitätsmaxima liegen in den charakteristi-

chen Ebenen $\Omega = \pm \pi/2$ auch jetzt an den Stellen $\cos\left(\frac{k x d}{z}\right) = \pm 1$, unabhängig von a_2 . Der relative Intensitätsunterschied K (Kontrast) zweier benachbarter Maxima beträgt $K = \frac{4 a_2 \cos \Omega}{4 + a_2^2}$; die Abweichung ω der Einstellung auf $\Omega = \pm \pi/2$ macht sich am empfindlichsten für $a_2 = 2$ geltend. Diese Bedingung wird nach ZERNIKE [2] realisiert durch einen Mittelspalt doppelter Breite. Um andere Nachteile dieser Anordnung zu vermeiden, wurden für das gleiche Ziel polarisationsoptische Hilfsmittel eingeführt [4]. Wir haben hierauf verzichtet, um ohne weiteres auch die anderen Meßarten von Tab. 1 anwenden zu können, und arbeiten mit gleich breiten Spalten. Dadurch sinkt die Einstellungsgenauigkeit für Ω bei nicht absorbierendem Objekt auf $\frac{4}{5}$ der Genauigkeit für $a_2 = 2$. Absorbierende Objekte lassen sich weniger genau messen, sie zeigen aber keinen systematischen Fehler. Nimmt man für günstigste Bedingungen den noch merklichen Kontrast $K = 0,01$ an [6], so ergibt sich für $a_2 = 1$ eine Einstellungsgenauigkeit $\omega = 0,7^\circ$.

Für unsymmetrische Lagen ((OOX) oder (OOX)) absorbierender Objekte haben die Maxima in den B-Ebenen noch gleiche Helligkeit, sie sind aber nicht mehr äquidistant, sondern rücken paarweise zusammen. Abb. 7 gibt das Ergebnis einiger Rechnungen für verschiedene, dort angegebene Amplitudenverhältnisse. Durch die Absorption entsteht also auch ohne den Intensitätsausgleich nach [4] kein systematischer Fehler, es sinkt nur die Einstellungsgenauigkeit.

b) Grenzen der Meßgenauigkeit.

Der Größtfehler einer Phasenmessung folgt aus Gl. (3) und (4) zu

$$\delta \varphi = \left| \frac{\omega}{b} \right| + \left| \frac{\omega'}{b} \right| + \left| \frac{2\varphi}{\pi} \omega' \right|. \quad (9)$$

Dabei berücksichtigt b gemäß Tab. 1 die gewählte Meßart. ω und ω' folgen im Sinne des vorigen Abschnitts aus den Einstellungsgenauigkeiten von y bzw. y_1 und y_2 . Der letzte Summand gibt den Fehlerbeitrag aus der z -Bestimmung (entspr. Gl. (5)), er verschwindet für $\varphi = 0$ und, wie gezeigt werden kann, bei geeigneter Versuchsführung auch für $\varphi = \frac{m}{b} \pi$. Da y_1 und y_2 bei gleicher Objektlage bestimmt werden, hat man in beiden Fällen mit der gleichen Einstellungsgenauigkeit und deshalb mit gleichem ω' zu rechnen.

Bei dieser Abschätzung ist die begrenzte Einstellungsgenauigkeit auf die Objektebene nicht berücksichtigt; sie liefert noch einen kleinen Beitrag zum Gesamtfehler.

Für sehr dünne Objekte und die Meßart 4 ($b = 3/2$) ergibt sich aus Gl. (9) mit $\omega = \omega' = 0,7^\circ$ ein Größtfehler von $\delta \varphi = 1,0^\circ$; das entspricht einem Gangunterschied von $\delta \Delta = 15 \text{ \AA}$ für grünes Licht.

Experimentell ergab sich im Allgemeinen ein mittlerer Fehler von 10 \AA , in günstigen Fällen von 6 \AA . Die Position einer B-Ebene ließ sich in günstigen Fällen aus 5 Einstellungen bis auf etwa 1μ genau angeben.

Bei Objekten mit größerem Gangunterschied wächst der absolute Fehler $\delta \varphi$ meist merklich über den Wert von Gl. (9), weil solche Objekte erfahrungsgemäß nicht mehr ausreichend gleichförmig sind und so die Interferenzfigur verwischen.

c) Einfluß des Objektträgers.

Durch einen planparallelen Objektträger, der dauernd im Strahlengang bleibt, werden die Messungen nicht beeinflusst; die dadurch bedingte sphärische Aberration bringt keinen systematischen Fehler. Ein kleiner Keilwinkel des Trägers führt zu einer nicht störenden Seitenverschiebung der Interferenzfiguren. Allerdings darf der Winkel 2° nicht überschreiten, sonst macht sich die Änderung der durchschnittlichen Glasdicke bei der Verschiebung des Präparats bemerkbar, weil auch dadurch die Interferenzfiguren in Richtung der Achse verschoben werden.

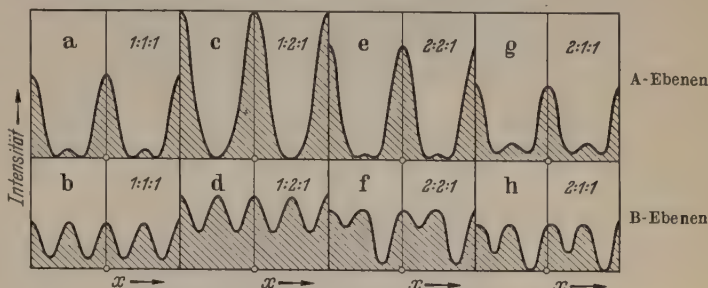


Abb. 7. Interferenzbilder für verschiedene Amplitudenverhältnisse.

Besitzt der Träger eine sphärische Schliere, so wird diese für die Meßgenauigkeit $\delta \Delta = 5 \text{ \AA}$ und den Spaltabstand $d = 10 \mu$ gegenüber einem Planglas gleicher mittlerer Dicke erst merklich, wenn sie eine kleinere Brennweite hat als 10 cm .

Man unterrichtet sich über die Brauchbarkeit eines Trägers, indem man an verschiedenen Stellen Objekte auf jeweils zwei verschiedene Weisen mißt (etwa (OOX)–(OXO) und (OXO)–(XOO)). Störungen zeigen sich dabei durch entsprechende Abweichungen innerhalb der einzelnen Wertepaare, da Schlieren mit größerer Wahrscheinlichkeit neben dem Objekt als unter ihm liegen. Wir verwendeten, ohne Störungen zu bemerken, die billigen $5 \times 5 \text{ cm}$ -Glasplatten, die als Deckgläser für Kleinbild-Diapositive gebraucht werden.

d) Nicht-Äquidistanz der drei Spalte.

Rechnung und Versuch zeigen, wie schon K. STROHMAIER bemerkte, daß hier in den B-Ebenen nicht mehr alle Interferenzstreifen gleich hell sind (abgesehen von dem monotonen Helligkeitsabfall bei Entfernung von der Achse). Vielmehr wandert die Stelle gleicher Streifenhelligkeit beim Verschieben des Tubus durch das Interferenzbild. Stellt man stets am gleichen Bildort — etwa in der Achse — auf gleiche Streifenhelligkeit ein, so entsteht kein systematischer Fehler.

e) Weitere Meßfehler.

Die konvergente Durchstrahlung des Objekts soll bei den Meßarten beachtet werden, bei denen sich die Bedeckung eines Außenspaltes ändert (1, 4, 5). Bei der verwendeten Justierung ergab sich hier ein systematischer Fehler von höchstens $0,5\%$; er ist bei sehr dünnen Objekten zu vernachlässigen.

Sollen Dicke und Brechzahl des Objektes nach Gl. (8) aus dem Gangunterschied bestimmt werden, so ist zu berücksichtigen, daß durch Reflexion an den Grenzflächen ein Teil des Lichts das Objekt mehrfach durchsetzt. Gl. (8) wird dadurch ein wenig geändert; z. B. beträgt für $n - n_0 = 0,5$ (Glas in Luft) das Korrekturglied für Δ maximal 35 \AA .

Anwendung des Verfahrens.

Das geschilderte Verfahren wurde mit verschiedenen Dreifachspalten an einer Anzahl von Objekten erprobt. Dabei zeigten sich keine weiteren systematischen Fehler. Abb. 8 gibt die Aufnahme der Objektebene bei der Messung einer Phasenkante aus Zaponlack. Das Objekt wird durch die zusätzliche Beleuchtung erkennbar.



Abb. 8. Dreifachspalt mit Phasenkante.

In einer ausführlichen Untersuchung konnte die Membrandicke hämolysierter Erythrocyten (Blutkörperchen, aus denen der Farbstoff entfernt worden war; sie heißen Schattent) erstmalig unter physiologischen Bedingungen gemessen werden [7]. Abb. 9 zeigt die Objekt-

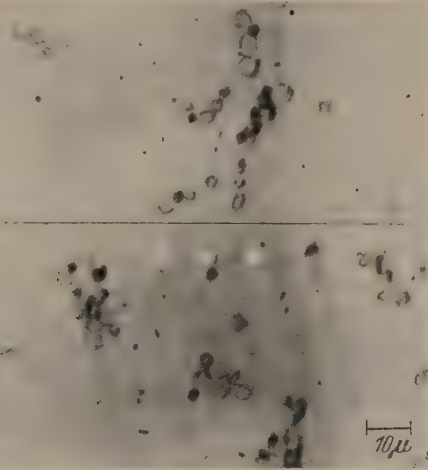


Abb. 9. Dreifachspalt mit Erythrocytenschatten.

ebene; der mittlere Spalt ist mit einem Schatten bedeckt. Die doppelte Membran hatte gegenüber der

Pufferlösung im Mittel einen Gangunterschied von 70 Å. Die mittlere Streuung von je zwei Messung (Meßart 4; Tab. 1) an der gleichen Membran betr nach längerer Übung im Einklang mit der oben entwickelten Abschätzung 6 Å. Die reelle Dickenstreuung innerhalb eines Kollektivs von 50 Membranen tritt gegenüber dem Meßfehler deutlich hervor (± 17 Å). Die Membranen hatten einen Durchmesser von durchschnittlich 5 μ .

Eine weitere Steigerung der Genauigkeit und Bequemlichkeit wird von einer binokularen Beobachtung erwartet; diese ermüdet bekanntlich weniger, sie will auch erlauben, den Akkomodationszustand der Augen besser konstant zu halten. Außerdem kann die Lichtstärke des Verfahrens nach einem Vorschlag von LOHMANN [8] wesentlich gesteigert werden.

Zusammenfassung.

Es wird die Übertragung von Dreispaltinterferenzen auf das Durchlicht-Mikroskop beschrieben. Mit einer einfachen Anordnung konnte der Gangunterschied von Objekten bis zu 5 μ Durchmesser herab gemessen werden. Der mittlere Fehler der Methode liegt bei 10 Å.

Herrn Professor Dr. W. KOSSEL danken wir für die Möglichkeit, diese Arbeit in seinem Institut durchzuführen und für sein freundliches Interesse.

Literatur. [1] MENZEL, E.: Naturwiss. **39**, 398 (1952). — [2] ZERNIKE, F.: J. Opt. Soc. America **40**, 326 (1950). — [3] STROHMAIER, K.: Z. Physik **135**, 44 (1953). — [4] FLEISCHMANN, R. und H. SCHOPPER: Z. Physik **130**, 304 (1951). — [5] SCHMIDT, K.: Z. angew. Physik **6**, 414 (1954). — [6] KÖNIG, A.: Handb. d. Exp. Physik, Bd. XX, 1 Leipzig 1929. — [7] RUHENSTROTH-BAUER, G. und K. SCHMIDT: Pflügers Archiv für Physiologie, **259**, 207 (1954). — [8] LOHMANN, A. Dissertation, Hamburg 1953.

Dozent Dr. ERICH MENZEL, Dipl. phys. KLAUS SCHMIDT, Physikalisches Institut der Universität Tübingen.

Ein einfaches Verfahren zur Bestimmung von größeren Gangunterschieden im Mikroskop.

Von KLAUS SCHMIDT.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 14. Dezember 1953.)

Bei allen bekannten Interferenz- und Phasenkontrastverfahren zur optischen Dickenmessung können die Gangunterschiede mit monochromatischem Licht nur bis auf höchstens ganzzahlige Vielfache einer Wellenlänge ermittelt werden. Diese Beschränkung zeigt sich auch bei dem an anderer Stelle [1] beschriebenen Dreispaltverfahren zur Dickenmessung von Objekten sehr kleiner lateraler Ausdehnung. Ein Gangunterschied von mehreren Wellenlängen läßt sich nur dann eindeutig bestimmen, wenn man mit Licht von mindestens zwei verschiedenen Wellenlängen arbeitet. Als Ergänzung zu dem beschriebenen Dreispaltverfahren wurde eine Doppelspaltmethode entwickelt, um im Mikroskop an Objekten kleiner lateraler Ausdehnung Gangunterschiede bis zu 5 μ zu messen.

Hinter einem Doppelspalt mit dem Spaltabstand d entstehen äquidistante Interferenzmaxima und -mi-

nima. Ihr Abstand beträgt $\delta x = \frac{z_0}{d} \lambda$. z_0 ist dabei die

Entfernung der betrachteten Interferenzebene vom Doppelspalt. Das zu messende Objekt habe die Dicke D und die Brechzahl n ; es verzögert durchtretendes Licht um den Weg $\Delta = D(n - n_0)$, wenn die Umgebung die Brechzahl n_0 besitzt. Bringt man dieses Objekt vor einen der beiden Spalte, so verschieben sich alle Interferenzstreifen in den Betrag $y = \frac{z_0}{d} \Delta$. Das Objekt kann dabei als Basis eines vor den Doppelspalt gebrachten Prismas aufgefaßt werden.

Die Verschiebung des Streifensystems ist also proportional Δ und (abgesehen von einer Dispersion des Objekts) unabhängig von λ . Bei einem bestimmten Δ verschiebt sich das System um m Streifen, wenn $\Delta = m \lambda$ ist. Daraus ergibt sich die Anzahl m der Wel-

enlängen, um die das eingeführte Objekt das Licht ver-
ögert. Um die Streifenverschiebung eindeutig fest-
stellen zu können, ist erforderlich, a) den Streifen 0-ter
Ordnung zu kennzeichnen, b) die Nullstellung (Lage
des Streifens 0-ter Ordnung ohne Objekt) zu markieren.

Der Streifen 0-ter Ordnung wird im Allgemeinen
durch Verwendung von weißem Licht gekennzeichnet;
er ist dann der einzige, der von zwei ungefärbten Mi-
nimis begrenzt ist. Dieses Verfahren wurde neuer-
lings z. B. von INGELSTAM [2] verwendet. Auf das
Mikroskop läßt es sich nicht übertragen, weil wegen der
Länge des Doppelspalts die Helligkeit nicht mehr aus-
reichte, den Streifen 0-ter Ordnung eindeutig zu er-
kennen. Außerdem erschwert die Dispersion des Ob-
jekts eine eindeutige Beurteilung.

Zur Markierung der Nullstellung dient normaler-
weise eine am Instrument befestigte Marke, z. B. ein
Okularfaden. Dies war in unserem Fall wegen der zu
geringen mechanischen Stabilität der Anordnung nicht
möglich. Wir sind deshalb anders vorgegangen.

Praktische Durchführung.

Es wurde derselbe Strahlengang verwendet wie bei
dem Dreispaltverfahren [1], nur befindet sich an Stelle
des Dreifachspalts ein Doppelspalt. Dieser wird also
über ein statt des Mikroskopkondensors eingesetztes
Mikroobjektiv (Zeiß A 8) verkleinert in die Objekt-
ebene abgebildet. Oberhalb der Objektebene liegt das
Bild des Beleuchtungsspalt. In dieser Ebene werden
die Interferenzstreifen beobachtet.

Der Doppelspalt wurde durch Ritzen einer noch
schwach durchsichtigen Photoplatte hergestellt (Spalt-
abstand 1 mm, Spaltbreite etwa 0,04 mm, Höhe der
Spalte und der schwach durchsichtigen Umgebung
3 mm). Unmittelbar vor dem Beleuchtungsspalt stehen
zwei aneinandergesetzte Farbfilter, so daß die obere
Hälfte des Beleuchtungsspalt rot, die untere blau
erscheint (das Blaufilter darf keine Rotanteile durch-
lassen). Die Beleuchtung erfolgte mit einer Kohle-
bogenlampe.

Nachdem das zu messende Objekt vor das Bild
eines der beiden Spalte gebracht worden ist, stellt man
das Mikroskop auf die Ebene ein, in die der Beleuch-
tungsspalt abgebildet wird. Man beobachtet über-
einander und scharf getrennt ein System roter und
blauer Interferenzstreifen (Abb. 1). Die roten Streifen
haben größere Abstände als die blauen, so daß nur die
beiden Streifen 0-ter Ordnung koinzidieren. Dies dient
zur Markierung der 0-ten Ordnung. Infolge der schwa-
chen Transparenz der Umgebung des Doppelspaltes
erscheint zusätzlich — unbeeinflusst vom Objekt —
das Bild des Beleuchtungsspalt. Das Spaltbild dient
zur Markierung der Nullstellung (M). Es fällt mit dem
nullten Interferenzstreifen zusammen, solange beide
Spalte des Doppelspalts gleichphasig arbeiten, solange
also kein Objekt im Strahlengang liegt. Die Lage des
Spaltbilds wird im Gegensatz zu der des nullten In-
terferenzstreifens von einem Objekt nicht beeinflusst.
Bei der Messung zählt man ab, um wieviel Streifen sich
die Koinzidenzstelle gegenüber der Nullmarkierung M
verschoben hat und erhält so mit einer Einstellung
direkt den Gangunterschied Δ in Wellenlängen. Die
Abzählung erfolgt zweckmäßig an den roten Streifen,
da diese deutlicher erkennbar sind. Die mittlere Wel-

lenlänge des Rotfilters ($\bar{\lambda} = 614 \text{ m}\mu$) bestimmt man
auf die übliche Weise mit einem Beugungsgitter.

Fehlerquellen.

Bei dem Verfahren müssen zwei Fehlerquellen durch eine
Korrektur berücksichtigt werden.

Die eine liegt in der Dispersion des zu messenden Objektes;
diese bewirkt, daß sich die blauen Interferenzstreifen etwas stä-

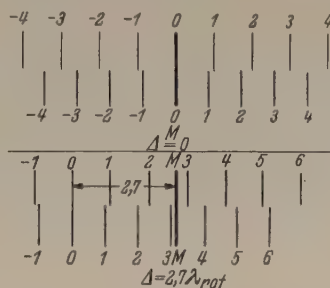


Abb. 1. Interferenzbild, schematisch.

ker verschieben als die roten. Die Koinzidenzstelle liegt dann
nicht mehr bei den Streifen 0-ter Ordnung. Durch elementare
Überlegungen gelangt man zu einer Korrekturzahl $\kappa' = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\lambda_1 - \lambda_2}$,
die die Ordnungszahl derjenigen Streifen angibt, die jetzt
koinzidieren. Hierbei bezieht sich der Index 1 auf rotes, der
Index 2 auf blaues Licht.

Die gleiche Erscheinung wird hervorgerufen durch den
Farbfehler des anstelle des Kondensors eingesetzten Ob-
jektivs; dessen Brennweite war für Blau kleiner als für Rot.
Dadurch lag die Bildebene des Doppelspaltes für Blau etwas
unterhalb derjenigen für Rot, während die eingestellte Be-
obachtungsebene dieselbe war. Die Lage der beiden Bildebenen
wurde mit Hilfe einer Ablesevorrichtung für die Tubusstellung
(siehe [1]) gemessen und daraus eine zweite Korrekturzahl κ''
berechnet mit derselben Bedeutung wie κ' . κ'' ist auch pro-

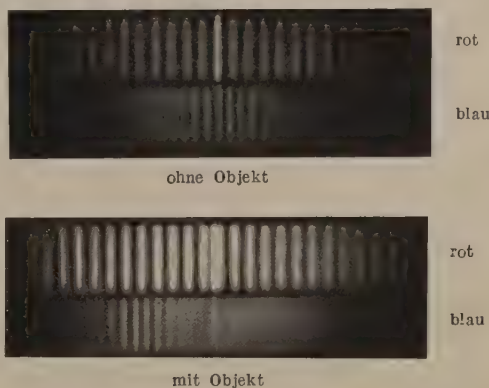


Abb. 2. Aufnahmen der Interferenzstreifen bei der
Messung einer Glimmerstufe.

portional zur Dicke des Objekts, aber unabhängig von
seiner Brechzahl. Die Gesamtkorrekturzahl $\kappa = \kappa' + \kappa''$
ist zur Orientierung für $\Delta = 5 \mu$ (obere Grenze des Meß-
bereichs) in der folgenden Tabelle für einige Stoffe angegeben.

Tabelle 1. Korrekturzahlen für Objektdispersion und Farbfehler
des Kondensorobjektivs für $\Delta = 5 \mu$.

Stoff	κ'	κ''	κ
Wasser	0,59	0,44	1,03
Leichtes Kronglas	0,52	0,44	0,96
Leichtes Flintglas	0,91	0,44	1,35
Schweres Flintglas	1,20	0,44	1,64

Liegt κ für ganzzahlige k zwischen $k - \frac{1}{2}$ und $k + \frac{1}{2}$, so müssen
von der abgezählten Streifenzahl k Streifen subtrahiert werden.
Die Zahl κ , die ja proportional Δ ist, kann leicht so weit ab-
geschätzt werden.

Beispiel für eine Messung.

Die Aufnahmen in Abb. 2 zeigen die Interferenzstreifen bei der Messung einer Glimmerstufe im Durchlicht. Man zählt zwischen Nullmarkierung und vermutlicher Koinzidenzstelle 6,7 rote Streifen. Da λ zwischen 0,5 und 1 liegt, beträgt die Verschiebung in Wirklichkeit 5,7 ($\pm 0,1$) Streifen. Also ist $\Delta = 5,7 \cdot 0,641\mu = 3,66 (\pm 0,064)\mu$.

Meßbereich.

Wie vorher schon angedeutet wurde, können mit dem Verfahren Verschiebungen bis zu 8 roten Streifen also Gangunterschiede bis zu 5μ gemessen werden. Der Meßbereich läßt sich nicht mehr wesentlich erweitern, da eine Vermehrung der sichtbaren Interferenzstreifen durch Verschmälern der Spalte die Helligkeit zu sehr herabsetzt. Außerdem setzt der endliche Durchlaßbereich des roten Farbfilters der Zahl der voneinander trennbaren Interferenzstreifen eine Grenze.

Zusammenfassung.

Der YOUNGSche Doppelspalt wird zu einem einfachen, in bezug auf mechanische Stabilität anspruchlosen Grobmeßverfahren verwendet. Dieses erlaubt bei mikroskopischen Objekten mit einer Einstellgenauigkeit von 0,1 λ zu messen.

Herrn Professor Dr. W. KOSSEL danke ich für die Möglichkeit, diese Arbeit durchzuführen und für sein freundliches Interesse, Herrn Dozent Dr. E. MENZEL für seine liebenswürdige Unterstützung.

Literatur. [1] MENZEL, E. und K. SCHMIDT: Z. angew. Phys. 6, 409 (1954). — [2] INGELSTAM, E.: Arkiv för Fysik 301 (1953).

Dipl. phys. KLAUS SCHMIDT,
Physikalisches Institut der Universität Tübingen.

Über Brückenbildung im Lichtbogen eines Hochstromkontaktes.

Von WERNER SCHAAFFS und KARL HEINZ HERRMANN.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 23. November 1953.)

Beim Ausschalten eines elektrischen Stromkreises mit Hilfe eines Abhebekontaktes entsteht ein Lichtbogen. Da dieser Lichtbogen infolge von Verformung der Elektroden durch hohe Temperatur und Verdampfung eine Stoffwanderung zur Folge hat, sucht man ihn zu schwächen und zu löschen. Es besteht das Bestreben, die Bahn eines starken Lichtbogens schnell zu entionisieren und möglichst auch Rückzündungen zu vermeiden. Die physikalischen Probleme dieser Abhebekontakte sind in dem bekannten Buche von R. HOLM [1] behandelt worden. Bei dem Versuch, die Ursachen der an verschiedenen Abhebekontakten gemachten Beobachtungen durch die Eigenschaften der entstehenden Lichtbögen zu erklären, treten, wie HOLMS Darstellung mehrmals betont, bisweilen Schwierigkeiten auf, für die keine einfache Erklärung zu finden ist.

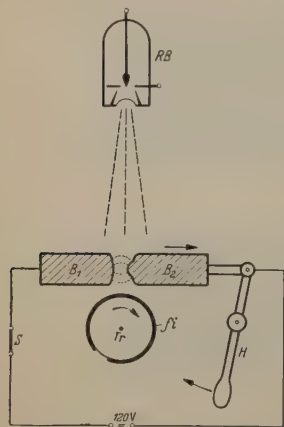


Abb. 1. Anordnung zur Durchleuchtung des Lichtbogens eines Hochstromkontaktes mit Röntgenblitzen.

Diese Schwierigkeiten können daher rühren, daß die Aussagen über die Eigenschaften von Lichtbögen im wesentlichen aus Beobachtungen ihres Spektrums, aus Sondenmessungen und aus oszillographischen Spannungs- und Strommessungen gewonnen werden. Da man mit der zuerst genannten Methode nur leuchtende Bereiche erfassen kann, mit der zweitgenannten den Feldbereich des Bogens leicht stört, und mit der dritten Methode schnelle Veränderungen zwar registrieren, aber nicht räumlich lokalisieren kann, wurde der Versuch gemacht, mit Hilfe von Röntgenblitzen einen Einblick in das Innere von Kontaktlichtbögen zu gewinnen.

Die Röntgenblitzmethodik hat sich schon bei verschiedenen verwandten Phänomenen bewährt, und

zwar bei der Durchleuchtung des Funkendurchschlags durch dielektrische Flüssigkeiten [2] [3], bei der Durchleuchtung einer Drahtexplosion [4], und bei der Durchstrahlung einer mit greller Lichtwirkung detonierender Bombe [5]. Untersuchungen an stationär brennender Lichtbögen mit Hilfe von Röntgenstrahlen einer kontinuierlich betriebenen Röntgenröhre wurden schon von anderer Seite [6] [7] vorgenommen. Sie dienen der Bestimmung der Gasdichte, aber nicht der Erfassung schneller Zustandsänderungen im Lichtbogen.

Die Anordnung zur Untersuchung der Brückenbildung im Lichtbogen eines (überlasteten) Hochstromkontaktes ist in Abb. 1 skizziert. Die beiden massiven Kupferbolzen B_1 und B_2 sind als Pole eines Normalkontaktes, d. h. eines Kontaktes mit ebenen bzw. nur schwach gewölbten Berührungsflächen, ausgeführt worden und berühren einander. Unmittelbar nachdem durch Schließen des Schalters S eine hochbelastbare Batterie von 120 V angelegt worden ist, werden die Bolzen B_1 und B_2 durch den mechanischen Hebel H von Hand auseinander gerissen. Verschiedene Phasen des entstehenden Lichtbogens werden durch die in Kinematographieschaltung [9] betriebene Röntgenblitzröhre RB (s. auch Abb. 11 in [8]) auf dem Film fi einer rotierenden Trommel Tr festgehalten. Die Röntgenblitzröhre RB wird mit einer Anfangsspannung von 40 kV betrieben und besitzt eine Kupferanode.

Die Abb. 2 zeigt vier Phasen der Bewegung eines mit dieser Versuchsanordnung aufgenommenen Hochstromkontaktes. Die anfängliche Stromstärke des entstehenden Lichtbogens liegt in der Größenordnung 1000 A. Im Teilbild I berühren sich die Kupferbolzen noch. Im Teilbild II ist eine sehr starke Verschmörung besonders der rechten Elektrode zu erkennen. Im Teilbild III treten auf der linken Elektrode kleine Vorsprünge auf. Der mittlere Vorsprung ist auch im Teilbild IV noch zu sehen, doch ist er jetzt offenbar der Endpunkt einer aus einem Vorsprung der rechten Elektrode herausbrechenden brückenartigen Verbindung. Danach erlischt der Lichtbogen. Jedes Bild ist mit einem Röntgenblitz von etwa 10^{-6} sec Dauer auf-

nommen worden. Die vier Bilder der Abb. 2 folgen $\frac{1}{150}$ sec aufeinander. Die Zeit, während der der Lichtbogen in dem auseinandergehenden Kontakt entzündet, liegt unter $\frac{1}{10}$ sec. Der deutlich ausgeprägte Effekt beweist die Brauchbarkeit der Röntgenblitz-Methodik zur Erforschung von Erscheinungen im Bereich elektrischer Lichtbögen.

Über die Bedeutung der aus Abb. 2, IV ersichtlichen Brücke kann man sich etwa folgendes Bild machen: Die Brücke entsteht und vergeht erst bei weit auseinandergezogenem Kontakt, vermutlich in der Zeitperiode, in welcher der anfänglich entstandene Lichtbogen im Verlöschen ist. Sie hat ihren Ausgangspunkt an einer Stelle der Elektrode, die sich aus den Aufnahmen durch ihre starke Formänderung als hochtemperiert und wahrscheinlich verflüssigt ausweist. Die Brücke kann daher nicht gut aus fester Elektrodensubstanz bestehen. Vermutlich wird durch explosionsartige Verdampfung eines sehr kleinen Elektrodenzirks ein vielleicht mit winzigen Flüssigkeitströpfchen durchsetzter Dampfstrahl hervorgeschossen. Dieser besitzt einerseits eine hohe Dampfdichte und wirkt andererseits durch Abkühlung und gleichzeitige Kontraktion im Zwischenraum zwischen den auseinandergehenden Elektroden eine Tendenz zur Verflüssigung. Aus der Elektrodenentfernung und der Bildfolge geht hervor, daß die Brücke sicher in wesentlich kürzerer Zeit als $\frac{1}{150}$ sec entsteht. Mehr läßt sich im Augenblick nicht sagen, da die Bildfolge zur Zeit nicht größer als 200/sec gemacht werden kann.

Das Auftreten einer solchen Brücke muß, wenn die Annahme flüssigkeitsähnlicher Struktur richtig ist, einen Kurzschlußwirkung auf den Kontakt haben, d. h. den Strom muß plötzlich steigen und die Spannung zwischen den Kontaktpolen fallen. Das wird sich in kinematographischen Aufnahmen des Stromes oder der Spannung bemerkbar machen. Aus Aufnahmen, die Herr Dr. GÖRNER von den Siemens-Schuckertwerken in Nürnberg an Doppelnockenschaltern bei hohen Stromen gemacht und uns freundlicherweise zur Verfügung gestellt hat, geht nun hervor, daß beim Öffnen dieser Schalter sogenannte Rückzündungen eintreten können. Während die Elektrodenspannung bei geöffnetem Schalter zunimmt, gibt es kurzzeitig beträchtliche Stromerhöhungen und entsprechende Spannungszusammenbrüche. Solche Rückzündungen treten immer auf, wie auch der oben beschriebene

Effekt nicht immer beobachtet wird. Die Rückzündungen im technischen Schalter sind naturgemäß äußerst unerwünscht. In den Aufnahmen von Herrn GÖRNER hat der Lichtbogen im geöffneten Schalter eine Brenndauer von etwa $\frac{3}{100}$ sec. Diese Rückzündung, die übrigens mehrmals auftreten kann, setzt in

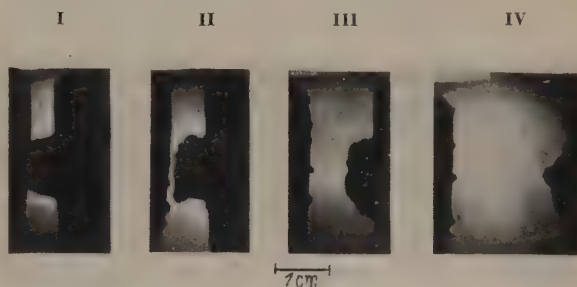


Abb. 2. Brücke im Lichtbogen eines (überlasteten) Hochstrom-Kontaktes.

einer Zeit ein, die sehr viel kleiner als $\frac{1}{1000}$ sec ist, und dauert jeweils etwa $\frac{1}{150}$ sec. Es ist daher nicht ausgeschlossen, daß die Erscheinung der Rückzündung eines Lichtbogens im auseinandergehenden Kontakt durch die oben beschriebene Brückenbildung infolge eines Dampfstrahls ausgelöst wird.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß die Röntgenblitz-Kinematographie geeignet ist, kurzzeitige Vorgänge zu photographieren und zu erforschen, die sich im Innern hochtemperierter elektrischer Lichtbögen abspielen. Einen solchen Vorgang stellt der Dampfstrahl-Ausbruch aus einer Elektrode dar. Weil die Dichte in ihm erheblich höher ist als die im Plasma des Lichtbogens, wird er als Brücke zwischen den Elektroden sichtbar.

Literatur: [1] HOLM, R.: Die technische Physik der elektrischen Kontakte, Bd. 4 der Buchreihe „Techn. Physik in Einzeldarstellungen“, Berlin 1941. — [2] SCHAAFFS, W. und F. TRENDLENBURG: Z. Naturf. **3a**, 656 (1948). — [3] SCHAAFFS, W.: Z. Naturf. **4a**, 463 (1949). — [4] THOMER, G.: Z. ang. Phys. **5**, 217 (1953). — [5] SLACK, CH. und D. DICKSON: Proc. I. R. E. **35**, 600 (1947). — [6] STEENBECK, M. und A. v. ENGEL: Wiss. Veröff. Siemens **10**, 155 (1931). **12**, 74 (1933). — [7] KOCH, O.: Z. Physik **126**, 507 (1949). — [8] SCHAAFFS, W.: Z. angew. Phys. **1**, 462 (1949). — [9] SCHAAFFS, W. und K. H. HERRMANN: Z. angew. Phys. **6**, 23 (1954).

Privatdozent Dr. W. SCHAAFFS, Dipl. Phys. K. H. HERRMANN, Physikalische Abteilung des WHL der Siemens & Halske AG, Berlin.

Äquatormarken für Röntgenfeinstrukturkammern*.

Von HERMANN WEYERER.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 30. Dezember 1953).

Das Ausmessen von Röntgenreflexen auf gebogenen Filmen muß auf der Mittellinie (dem Äquator) erfolgen, da eine Abweichung nach unten oder oben den Reflexionswinkel liefern würde. Geschieht das nicht, so zeichnet die Mittellinie auf dem Film nach Augenmaß, wobei die Abweichungen vom wirklichen Äquator meist kleiner als 1° bleiben dürften, so entsteht ein Fehler in der Bestimmung der Linienabstände, der bis 1% betragen kann. Dieser Fehler hängt für eine Linie, die sich im Abstand e vom Durchstoßpunkt befindet,

im wesentlichen ab von der hier auftretenden Abweichung a des wirklichen Äquators von der eingestellten Mittellinie und vom Krümmungsradius ρ der Interferenzlinie, den man zweckmäßig in Beziehung zu e setzt, also $\rho = e/n$, wobei n keine ganze Zahl zu bedeuten braucht. Schneiden sich Mittellinie und Äquator im Durchstoßpunkt, dann bekommt man in erster Näherung für den Fehler δ des Abstandes vom Durchstoßpunkt zur betreffenden Linie

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{e} (1 \pm n). \quad (1)$$

* Amtliche Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig.

Das Vorzeichen in (1) richtet sich nach dem Krümmungssinn der Interferenzlinie. Für den Fall, daß die eingestellte Mittellinie parallel zum Äquator verschoben ist, entfällt die Eins in der Klammer der Gl. (1).

Ein Abstandsfehler tritt auch dann auf, wenn der Strich oder Okularfaden zwar die Mitten der Röntgenreflexe trifft, aber nicht genau senkrecht auf der Mittellinie steht.

Um den wirklichen Äquator auf dem Film zu finden, arbeitet man nach dem graphischen Verfahren

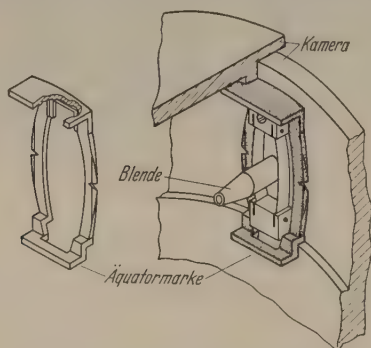


Abb. 1. Äquatormarke. Die beiden Kerben in der Mitte des Halters, die genau auf dem Äquator liegen, werden mit Hilfe der Röntgen-Streustrahlung auf die beiden Filmenden abgebildet.

von KOLKMEIJER und MOESVELD [1] mit einem idealisierten Linienbild, das nach der Gleichung

$$z = \pm R \sqrt{\frac{\cos^2 \frac{x}{R}}{\cos^2 2\theta} - 1} \quad (2)$$

konstruiert wird. x (Äquator) und z bilden auf dem ausgebreiteten Film ein rechtwinkliges Koordinaten-

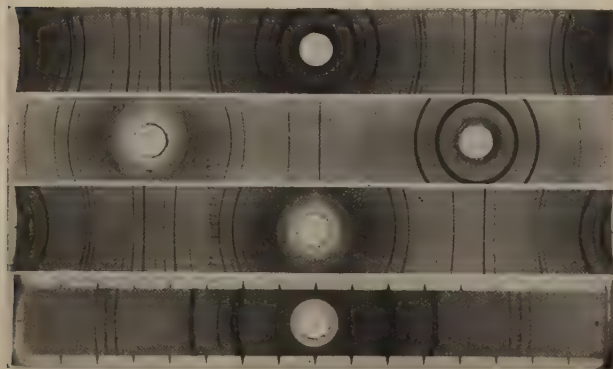


Abb. 2. Aufnahmen von Goldpulver, Äquatormarken an den Enden des Filmes. (Kupfer-K-Strahlung 39 kV, 25 mA, Präparatdurchmesser 0,25 mm). a)–c) DEBYE-SCHERRER-Kamera (\varnothing 57,5 mm), 2^h belichtet, d) Rückstrahl-Kamera (Radius 57,4 mm), 10^h belichtet.

system mit dem Röntgendurchstoßpunkt als Mittelpunkt, R bzw. θ sind Radius der Kamera bzw. Glanzwinkel. Auf dieses Diagramm wird der Film so gelegt, daß die Interferenzlinien mit den berechneten Kurven möglichst gut übereinstimmen; auf den kurzen Seiten des Filmes ist ein Millimetermaßstab aufkopiert, auf dem die Lage des Äquators des Idealbildes abgelesen wird.

Genauer und weniger zeitraubend gestaltet sich das Auffinden des Äquators, wenn man mit Hilfe der Rönt-

genstreustrahlung Schattenbilder von Äquatormarken, die in der Kamera befestigt sind, herstellt. Aus verschiedenen Gründen — universelle Verwendbarkeit einer Kamera für verschiedene Aufnahmemethoden, festes Anliegen auf dem Film, Handlichkeit beim Filmeinlegen — ist vielfach an fest eingebaute Marken nicht zu denken. Doch können bewegliche Äquatormarken, die nach Festspannen des Filmes in der Nähe der Filmenden angebracht werden und diese überrücken, wohl für die meisten der üblichen Aufnahmekammern gebaut werden.

In Abb. 1 ist eine derartige Äquatormarke abgebildet, die sich über die Filmspannvorrichtung einer SEIFERT-Kamera¹ schieben läßt.

Die Äquatormarken, deren scharfrandige Schattenbilder (Abb. 2) sich auch unter dem Mikroskop genau anvisieren lassen, erlauben ein rasches und an den Filmenden auf einige hundertstel Millimeter genaues Einstellen des Äquators. Für die asymmetrische Methode (b) oder für das Rückstrahlverfahren (a), also bei anderer Lage des Filmes, wird die gleiche Marke nun an anderer Stelle, über die Enden des Filmes geschoben.

Die relativen Meßfehler in der Bestimmung der Linienabstände als Folge einer ungenauen Einstellung der Mittellinie sinken bei Verwendung dieser Marke auf weniger als 10^{-4} mm, so daß sie gegenüber anderen Ungenauigkeiten beim Ausmessen der Linienabstände vernachlässigt werden können. So läßt z. B. die Eigenbreite der Reflexe ein genaueres Ausmessen als 0,01 mm auch bei scharfen Interferenzlinien nicht zu, während die Verhältnisse bei verwaschenen (Rückstrahl-) Linien noch ungünstiger liegen.

Bei Spezialkameras steht einem festen Einbau der Äquatormarken nichts im Wege. In Abb. 2, Aufnahme (d), wird eine mit der SEIFERTSchen Materialkammer¹ hergestellte Rückstrahlaufnahme gezeigt. Hier sind außer den Äquatormarken auch Marken auf den Längsseiten des Filmes zu erkennen, die etwa für eine Kontrolle der Filmschrumpfung oder bei weniger genauem Ausmessen der Linienabstände nützlich sein können.

Zusammenfassung.

Näherungsweise Berechnung des Fehlers in der Ausmessung von Röntgeninterferenzen bei DEBYE-SCHERRER-Aufnahmen, wenn der Äquator des Filmes nicht genau getroffen wird. Experimentelle Abhilfe durch Verwendung von Äquatormarken, die bei symmetrischer und asymmetrischer Aufnahmetechnik in den handelsüblichen Kammern befestigt werden und den Äquator auf wenige Hundertstel Millimeter festlegen.

Literatur. [1] KOLKMEIJER, N. H. u. A. L. Th. MOESVELD, Z. Kristallogr. A 80, 63 (1931) u. Internationale Tabellen zur Bestimmung von Kristallstrukturen, Berlin: Borntraeger 1933, S. 638.

¹) Hersteller: Firma R. Seifert, Hamburg 13.

Dr. HERMANN WEYERER,
Phyikalisch-Technische Bundesanstalt,
Braunschweig u. Berlin.

Abstandsmessung von Röntgeninterferenzen. Ein neues Längenmeßgerät*.

Von CHRISTIAN HOFFROGGE und HERMANN WEYERER.

Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 22. Januar 1954.)

Die genaue Vermessung von Interferenzen bei Röntgen-Feinstrukturuntersuchungen wird durch die Unschärfe der Reflexe stark behindert. Für weniger genaue Messungen genügen ein guter Maßstab und eine Lupe, mit denen man durch einfaches Anlegen eine Unsicherheit bis 0,1 mm erreichen kann. Die Lupe vergrößert etwa 4fach vergrößern; eine stärkere Vergrößerung ist bei nicht besonders scharfen Reflexen unzweckmäßig, weil dann die Schwärzungen verschwimmen und das Korn sichtbar wird. Aus dem gleichen Grunde ist es auch mit Komparatoren sehr schwer, die Abstände von Röntgeninterferenzen sogar unter günstigen Bedingungen mit einer kleineren Unsicherheit als 0,01 mm zu bestimmen. Dies entspricht bei einer Zylinderkamera mit einem Durchmesser von 57,5 mm etwa 0,02°. Dabei ist nicht die subjektive, physiologisch bedingte Ungenauigkeit berücksichtigt, die darin besteht, daß man infolge der Unsymmetrie der Schwärzung das Maximum weniger genau ablesen kann [1].

Ein neues Längenmeßgerät bringt hier einige Vorteile. Für Präzisionsmessungen erreicht es trotz seiner Einfachheit eine Genauigkeit, die von teuren Komparatoren kaum übertroffen wird. Bei breiten oder schwachen Linien ist es sogar den Komparatoren in gewisser Hinsicht überlegen. Wegen seiner einfachen Handhabung ist es darüber hinaus für rasche Über- und Nachmessungen geeignet.

Das Längenmeßgerät besteht im wesentlichen aus einem Millimeter-Maßstab und aus einer 1/100 mm-Meßuhr (Abb. 1). Mittels einer Schraube kann der Maßstab in einem flachen Rahmen bewegt und die Verschiebung an der Meßuhr abgelesen werden. Die Verschiebung beträgt höchstens 1 mm und dient dazu, die auszumessenden Reflexe nacheinander in die gleiche, bezüglich der Maßstabstriche symmetrische

Nachdem mit Hilfe der Schraube die Nullmarke des Maßstabes auf den einen Reflex eingestellt ist, wird das Zifferblatt der Meßuhr auf Null gestellt (Abb. 2a). Darauf wird der zweite Reflex durch Verschieben des Maßstabes im Rahmen mit einem benachbarten Teilstrich des Maßstabes in gleicher Weise zur Koinzidenz gebracht. Die Millimeter werden auf

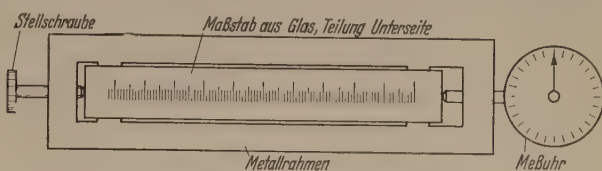


Abb. 1. Skizze des Längenmeßgerätes (Koinzidenz-Maßstab mit Meßuhr).

dem Maßstab und die Bruchteile des Millimeters an der Meßuhr abgelesen. Einige Möglichkeiten der Koinzidenzeinstellung sind in Abb. 2 skizziert. Feine Striche



Abb. 2. Anwendungsbeispiele.

werden vorteilhaft mit einem Teilstrich unmittelbar zur Deckung gebracht (Abb. 2a), während es sich empfiehlt, ausgedehnte Reflexe zwischen zwei Teilstrichen einzufangen (Abb. 2b u. c). Für viele Fälle hat sich eine

Tabelle. Debye-Scherrer-Aufnahmen an Goldpulver.
Mittelwerte aus 10 Abstandsmessungen.

		(111)	(333)	(224)	(333)
		scharfe Linien		breite Linien	
Film	Komparator	38,26 ($\pm 0,01$)	22,14 ₆ ($\pm 0,01$)	79,17 ₅ ($\pm 0,08$)	32,67 ($\pm 0,04$)
	Maßstab mit Meßuhr	38,26 ₃ ($\pm 0,01$)	22,14 ₀ ($\pm 0,01$)	79,20 ₂ ($\pm 0,03$)	32,67 ₆ ($\pm 0,03$)
Photometerkurve	Komparator	38,26 ($\pm 0,02$)	22,15 ($\pm 0,01$)	79,19 ($\pm 0,02$)	32,67 ($\pm 0,02$)
	Maßstab mit Meßuhr	38,26 ($\pm 0,02$)	22,15 ($\pm 0,01$)	79,21 ($\pm 0,02$)	32,65 ($\pm 0,02$)

zu bringen (Koinzidenzeinstellung). Die Teilung des Maßstabes wird zur Verminderung von Parallaxenfehlern auf die Schichtseite des Filmes gelegt. Die erreichbare Unsicherheit beträgt $\pm 0,01$ mm, wenn Maßstab und Meßuhr die notwendige Genauigkeit aufweisen.

Zur Bestimmung des Abstandes zweier Interferenzen wird das Gerät in folgender Weise gehandhabt.

* Amtliche Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig.



Abb. 3. Maßstab mit unterbrochener Teilung (z. B. zum Ausmessen gekrümmter Linien).

in Abb. 3 dargestellte Teilung bewährt, deren Teilstriche unterbrochen sind. Die untere, aus kurzen, gleichlangen Strichen bestehende

Teilung ist z. B. zum Ausmessen gekrümmter Linien geeignet. Der Maßstab ist mit einer Vor- und Rückteilung versehen, damit auch bei breiten Reflexen die Abstandsmessung bei Null beginnen kann.

Es werden im folgenden einige Meßergebnisse mitgeteilt, um die mit dem neuen Längenmeßgerät erzielte Genauigkeit aufzuzeigen.

Zum Vergleich wurden dieselben Filme mit einem Komparator (Unsicherheit 0,01 mm, Vergrößerung 8fach) ausgemessen. Außerdem sind Photometerkur-

ven aufgenommen worden, um die subjektiven Fehler zu erfassen. Die Abstandsmessungen der Spitzen der Photometerkurven erfolgten wieder mit dem Längenmeßgerät und dem Komparator (Tabelle).

Beim Abmessen scharfer Linien¹ erweisen sich beide Meßgeräte als gleichwertig. Die größten Abweichungen vom Mittelwert betragen $\pm 0,01$ mm.

Bei breiteren Linien, wie sie bei Rückstrahlaufnahmen (röntgenographischen Spannungsmessungen usw.) auftreten², scheint das Längenmeßgerät günstiger abzuschneiden, was besonders bei der schwachen (224)-Rückstrahllinie deutlich wird.

Für die Abstände zweier Linien aus den Photometerkurven wurden dieselben Werte erhalten wie bei der subjektiven Ausmessung der Filme selbst. Die

¹ Sehr dünne Linien wurden mit 0,1 mm dicken, mit Goldmehl bestäubten Glasstäbchen nach der asymmetrischen Methode von Straumanis erzielt. Co-K-Strahlung 40 kV, 8 mA; 2 Stunden Belichtungszeit, Müller-Feinstrukturrohre, Kamera-durchmesser 57,5 mm, Agfa-Laue Film.

² Abstand Film Präparat 4 cm, Cu-K-Strahlung 32 kV, 30 mA, 20 Minuten Belichtungszeit, sonst wie 1).

Ausmessung der Photometerkurven zeigt bei den scharfen Linien etwa die gleichen Abweichungen vom Mittelwert wie die Filmausmessung, während die Abweichungen vom Mittelwert bei den breiten Linien nur etwa die Hälfte betragen. Nach den mitgeteilten Ergebnissen liegen die subjektiven Meßfehler innerhalb der Fehlergrenzen der Abstandsmessungen.

Zusammenfassung.

Es wird ein einfaches Längenmeßgerät beschrieben, das aus einem in einem Rahmen verschiebbaren Maßstab und aus einer Meßuhr, welche die Verschiebung anzeigt, besteht. Bei der Ausmessung von Röntgeninterferenzen wird eine Unsicherheit bis 0,01 mm erreicht. Durch seine Koinzidenzeinstellung scheint dieses Meßgerät besonders für das Ausmessen von verwaschenen (Rückstrahl-)Linien geeignet zu sein.

Literatur. [1] LANGE, H.: Ann. Phys. 76, 465 u. 476 (1925)

Dr. CHRISTIAN HOFFROGGE u. Dr. HERMANN WEYERER,
Physikalisch-Technische Bundesanstalt,
Braunschweig u. Berlin.

Über elektrische Isolationsmessungen mit Wasserelektroden.

Von KARL KUMMERER.

Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 19. Januar 1954.)

Einleitung.

Die Güte eines Isoliermaterials wird neben anderen Gesichtspunkten beurteilt nach seinem spezifischen Widerstand. Diesen mißt man in einer Anordnung, bei der eine Prüfplatte oder -folie bekannter Dicke zwischen Elektroden bekannter Größe liegt. Eine Gleichspannung an den beiden Elektroden erzeugt im Prüfling einen Durchgangstrom, den ein hochempfindliches Instrument anzeigt. Der so ermittelte Durch-

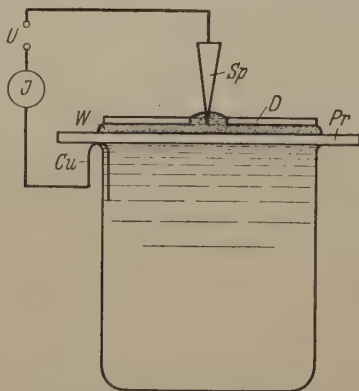


Abb. 1. Schema der Meßanordnung mit Wasserelektroden. (Pr: Prüfling, W: Obere Wasserelektrode, D: Deckscheibe, Sp: Metallspitze, Cu: Kupferdraht, U: Spannungsquelle, J: Strommeßinstrument.)

gangswiderstand R liefert zusammen mit der Dicke D des Prüflings und der Elektrodenfläche F den spezifischen Widerstand

$$\rho = R \cdot \frac{F}{D}.$$

Dieses Rechenergebnis stimmt nur mit der Wirklichkeit überein, wenn der Prüfling an beiden Elektroden völlig anliegt. Dazu bediente man sich bisher eines der folgenden Verfahren:

1. Der Prüfling erhält genau ebene Grenzflächen. Dies ist nicht leicht zu erreichen; außerdem ist man immer unsicher, ob die Elektroden wirklich überall anliegen.

2. Die beiden Seiten des Prüflings werden mit Graphitaufschlämmung angestrichen oder mit Metall bedampft. Jedoch kann man damit denselben Prüfling nicht vor und nach verschiedenen Beanspruchungen (Wasserlagerung, Feuchtigkeit, Wärme) untersuchen, da die Schichten schwer zu entfernen sind.

3. Der Prüfling wird zweiseitig mit Metallfolien belegt. Das ist ziemlich umständlich und insbesondere bei Reihmessungen sehr zeitraubend.

Im nächsten Abschnitt wird eine neue Meßmethode beschrieben, welche die gerade erwähnten Schwierigkeiten vermeidet und bei einiger Handfertigkeit leicht anzuwenden ist.

Wasserelektroden.

Unter „Wasserelektroden“ wollen wir Schichten aus Leitungswasser verstehen, die als Stromzuführungen dienen. Wie Abb. 1 zeigt, bildet ein bis an den Rand mit Wasser gefülltes Becherglas die untere Elektrode. Ein Stück Kupferdraht durch den Schnabelansatz dient als Stromanschluß. Der Prüfling wird, ohne Luftblasen einzuschließen, auf den Rand des Glases gelegt. Die obere Elektrode besteht aus einer abgegrenzten Wasserhaut. Man erzeugt sie von Fall zu Fall, indem auf den waagrecht liegenden Prüfling etwas Wasser getropft wird. Unter dem Gewicht einer dünnen, kreisrunden Deckscheibe aus durchsichtigem, flexiblen Material breitet sich der Wassertropfen aus. Dies läßt sich dadurch beschleunigen, daß man die Scheibe etwas hin und her schiebt. Sie begrenzt also die obere Wasserelektrode unter der Voraussetzung,

daß der Prüfling von Wasser nicht vollkommen benetzt wird. Eine Metallspitze als obere Zuleitung taucht in die Wasserkuppe, die in einer kleinen Mittelloffnung der Scheibe entsteht.

Praktische Erfahrungen.

Die oben beschriebene Meßmethode ist, wie bereits bemerkt, nur bei Prüflingen, die von Wasser unvollkommen benetzt werden, anwendbar, da sonst das Wasser über den Rand der Deckscheibe tritt. Hierzu gehören praktisch alle, heute für elektrische Kabel benutzten Isolierstoffe wie Gummi, Siliconkautschuk, Polyvinylchlorid (PVC) usw. Insbesondere bei zahlreichen Messungen an PVC hat sich die Methode gut bewährt. In der Regel ist es günstig, quadratische Prüflinge mit etwa 15 cm Kantenlänge und einer Dicke von 0,5—2 mm zu verwenden. Dafür eignet sich als untere Elektrode gut ein 600 ccm-Becherglas mit einem Randdurchmesser von etwa 95 mm. Jedoch auch kleinere Prüflinge bis zu 4 cm Kantenlänge wurden mit Erfolg gemessen. Der Durchmesser der Deckscheibe soll der unteren Wasserelektrode entsprechen.

Schutzringanordnung.

Wenn man die Feldverzerrung an den Rändern der Wasserelektroden sowie einen evtl. auftretenden Oberflächenstrom vermeiden will, umgibt man nach Abb. 2 die obere Elektrode mit einem geerdeten Wasserschutzring. Er wird ähnlich erzeugt wie die abgeschirmte Elektrode.

Jedoch kann man den Einfluß der Feldverzerrung bei den relativ dünnen Prüflingen praktisch immer vernachlässigen. Ebenso sind die Abweichungen durch den Oberflächenstrom in den meisten Fällen unmerklich; denn es handelt sich ja um Prüflinge, die von Wasser unvollkommen benetzt werden. Man wendet daher die abgeschirmte Wasserelektrode nur bei einzelnen Kontrollmessungen an.

Es ist, während ein Prüfling zwischen unabgeschirmten Elektroden an Spannung liegt, leicht nachzuprüfen, ob der Oberflächenstrom merklich stört. Dazu behaut man den wasserfreien Rand und beobachtet zugleich das Meßinstrument. Wird hierbei, wie zumeist, der ursprüngliche Ausschlag nicht verändert oder geht ein zusätzlicher Ausschlag schnell wieder zurück, dann darf man annehmen, daß der ursprüngliche Oberflächenstrom keinen wesentlichen Einfluß auf die Messung ausübt.

Genauigkeit der Ergebnisse.

Der relative Größtfehler des spezifischen Widerstandes ρ ist die Summe der Einzelfehler von R , F und D .

Der Fehler des Durchgangswiderstandes R setzt sich zusammen aus den Ungenauigkeiten von Spannungs- und Strommessung. Den Widerstand der Zuleitungen und Wasserelektroden kann man vernachlässigen, da er um 4 bis 8 Zehnerpotenzen kleiner ist als R .

Die Fläche der Wasserelektroden ist durch den Durchmesser von Becherglas und Deckscheibe bestimmt. Allerdings schiebt sich die Wasserhaut der oberen Elektrode manchmal etwas über den Rand der

Scheibe hinaus (Abb. 3), manchmal bleibt sie auch etwas zurück. Der Durchmesser kann deshalb nur auf 1—2 mm genau angegeben werden. Der relative Fehler wird um so größer, je kleiner F ist.

Die Dicke D einer Prüfplatte oder -folie ist im Bereich der Meßfläche meist uneinheitlich. Sie schwankt erfahrungsgemäß bis zu 20%. Wenn man sie an regelmäßig verteilten Stellen mißt und das arithmetische

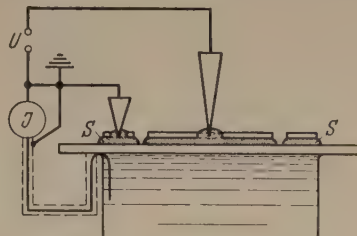


Abb. 2. Schaltung mit Wasserschutzring S.

Mittel hieraus zur Berechnung von ρ verwendet, bleibt die Dickenschwankung (Relativwert $\Delta D/D$) ohne wesentlichen Einfluß auf das Ergebnis. Man kann zeigen, daß erst die Wirkung der in $\Delta D/D$ quadratischen und höheren Glieder durch die arithmetische Mittelwertbildung nicht richtig erfaßt wird. Bei 20% Schwankung von D z. B. wird $(\Delta D/D)^2 = 0,04$; die größtmögliche Ungenauigkeit beträgt also 4%. Da man jedoch — besonders bei Reihenuntersuchungen —

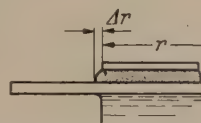


Abb. 3. Die Wasserhaut überschreitet den Rand der Deckscheibe. (r : Scheibendurchmesser, Δr : Ungenauigkeit von r .)

mit möglichst wenig (etwa 4) Einzelmessungen an einem Prüfling auszukommen versucht, wird manche kleinere Unebenheit nicht richtig erfaßt. Im oben ange deuteten Beispiel könnte der mögliche Fehler über 4% betragen. Es hat sich bewährt, ihn in solchen Fällen zu etwa einem Drittel von $\Delta D/D$ anzusetzen; das ergibt bei $\Delta D/D = 20\%$ etwa 7%.

Zusammenfassung.

Es wird eine neue Methode zur Messung des spezifischen Widerstandes von Isolierstoff-Folien angegeben, bei der abgegrenzte Wasserschichten, die sogenannten „Wasserelektroden“, als Stromzuführungen dienen. Sie liegen zu beiden Seiten des Prüflings an und geben auch bei ungleichmäßiger Dicke überall sicheren Kontakt. Weiterhin wird über die praktischen Erfahrungen mit dieser Methode berichtet. Versuche, bei denen die eine Wasserelektrode durch einen Wasserschutzring abgeschirmt wird, gestatten den meist verschwindenden Einfluß der Oberflächenleitfähigkeit zu ermitteln. Abschließend wird noch gezeigt, mit welchen Ungenauigkeiten die nach diesem Verfahren ermittelten Ergebnisse behaftet sind, wobei besonders der Einfluß ungleichmäßiger Dicke des Prüflings untersucht wird.

Dipl.-Phys. KARL KUMMERER,
Technisch-Physikalisches Laboratorium
der Wacker-Chemie GmbH., München.

Berichte.

Methoden und Ergebnisse der Radioastronomie.

II. Teil.

Von HEINRICH SIEDENTOPF.

Mit 10 Textabbildungen.

(Eingegangen am 5. Januar 1954.)

(Fortsetzung und Schluß aus Heft 8.)

D. Die diffuse Strahlung der Milchstraße und des außergalaktischen Hintergrundes.

Eine aus der Milchstraße kommende diffuse Radiostrahlung war schon 1931 von JANSKY [49] bei einer Frequenz von 20 MHz gefunden worden; die ersten systematischen Messungen der Verteilung der Strahlung über die Sphäre stammen von REBER [50], der bei 160 und 480 MHz beobachtete. Weitere Registrie-

einzelheiten nicht wiedergegeben. Die Ergebnisse von Messungen am horizontalen 70 m-Spiegel von Jodrell Bank, mit dem bis zu 15° Abstand beiderseits von Zenit beobachtet werden kann, sind für ein Stück der Milchstraße in Abb. 13 dargestellt [55]. Der Öffnungskegel hat bei der benutzten Wellenlänge von 1.89 m eine Halbwertsbreite von rund 1° .

Die Verhältnisse in der Nähe der Milchstraßen-ebene wurden von SCHEUER und RYLE [56] mit einer

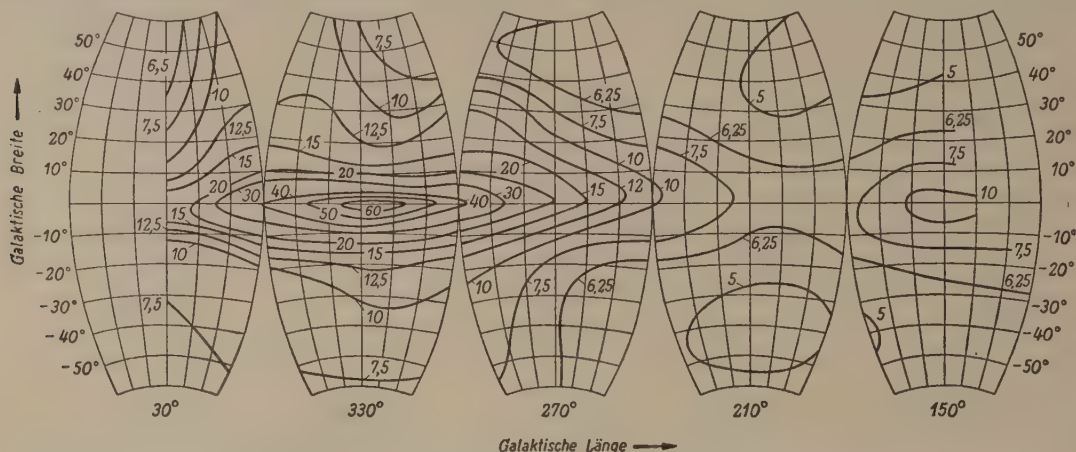
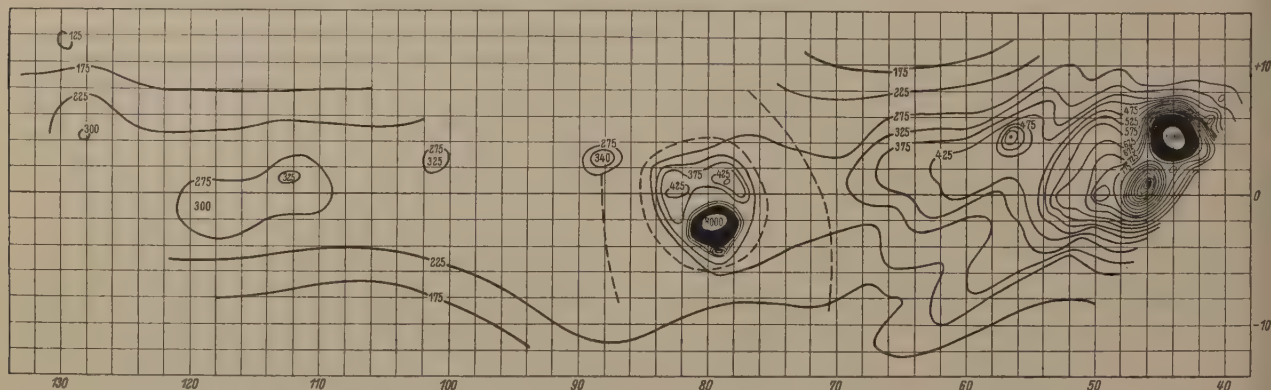


Abb. 12. Verteilung der Intensität der diffusen Radiostrahlung über die Sphäre bei 100 MHz nach BOLTON u. WESTFOLD [51]. Einheit 100° K Äquivalenttemperatur.



Eine Erzeugung der diffusen Strahlung allein durch freie Übergänge von Elektronen im interstellaren Gas, wie man bis etwa 1949, bis zur Entdeckung der lokalen Quellen, angenommen hatte [57], [58], [59], ist nicht möglich. Es ist sowohl durch optische Beobachtungen wie durch die unten zu besprechenden Ergebnisse über die 21 cm-Linie des interstellaren Wasserstoffs sicher gestellt, daß das interstellare Gas zu 90% aus Wasserstoff im Grundzustand besteht; nur in der näheren Umgebung heißer Sterne ist die interstellare Materie ionisiert und hat dort eine Elektronentemperatur der Größenordnung 10000°. Wie Abb. 11 und die Gl. (19) und (20) zeigen, wäre aber überall eine Elektronentemperatur von mehr als 100000° erforderlich, um die in der Milchstraße bei Frequenzen unter 30 MHz beobachtete Intensität zu liefern.

Da die Zahl der bisher identifizierten Quellen noch sehr gering ist, läßt sich vorläufig nicht entscheiden, ob die beobachtete Strahlungsintensität ausschließlich von Quellen der in C. beschriebenen 4 Typen herrührt oder ob auch bisher unbekannt gebliebene Arten von Radioquellen einen Betrag liefern. Von MILLS [37] wurde darauf hingewiesen, daß die helleren Einzelquellen viel stärker zur Milchstraßenebene hin konzentriert sind als die schwächeren. Auch die Durchmusterung von HANBURY BROWN und HAZARD [46] zeigt diese Konzentration der intensiven Quellen mit $I > 5 \cdot 10^{-25}$ Watt/m²Hz bei 1.89 m Wellenlängen zur Milchstraßenebene sehr deutlich. Es liegt nahe, für diese von MILLS als Klasse I bezeichneten Quellen einen galaktischen Ursprung anzunehmen und die schwächeren Quellen (Klasse II nach MILLS) in höheren galaktischen Breiten als Spiralnebel anzusehen. Das Beispiel der Cygnus-Quelle zeigt freilich, daß auch Ausnahmen von dieser Einteilung auftreten.

Modelle für die Verteilung und die Art der Quellen innerhalb und außerhalb des Milchstraßensystems, die in ihrer Gesamtheit die beobachtete Richtungs- und Intensitätsverteilung der diffusen Radiostrahlung liefern, sind von verschiedenen Autoren betrachtet worden [60], [61], [62], [63]. Haben wir im Abstand r pro Volumeneinheit N_r Einzelquellen mit der Fläche F und der Äquivalenttemperatur T_a bei der betrachteten Frequenz, so wird die beobachtete Äquivalenttemperatur an der Sphäre

$$T_B = F \cdot T_a \cdot \int_0^H N_r dr, \quad (21)$$

wenn H die Länge des Sehstrahls ist. Dabei sind zunächst die Absorptionseffekte durch die interstellaren Plasmawolken und durch gegenseitige Abschattung der Quellen vernachlässigt. Die Weglängen H in der Milchstraßenebene liegen zwischen etwa 25000 Parsec in der Richtung zum galaktischen Zentrum und etwa 5000 Parsec in der Gegenrichtung. Da (vgl. Abb. 11) die Äquivalenttemperaturen in diesen beiden Richtungen sich um einen Faktor 10 unterscheiden, kann bei Abwesenheit von Absorption nur eine mäßige Konzentration der Quellen zum galaktischen Zentrum vorhanden sein. Handelt es sich um Quellen nach Art des Crabnebels ($F \approx 1 pc^2$, $T_a \approx 10^7$ ° K), so sind zur Erzielung der in Zentrumsrichtung bei 100 MHz beobachteten Äquivalenttemperatur $T_B = 10^4$ ° K im Mittel $5 \cdot 10^{-8}$ Quellen pro parsec³ oder höchstens 10^5 Quellen im ganzen Milchstraßensystem erforderlich. Sollte es sich um Strahler von den Abmessungen und der Häu-

figkeit normaler Fixsterne handeln ($N = 0.1 pc^{-3}$, $F = 10^{-15} pc^2$), so müßten die Strahler Äquivalenttemperaturen der Größenordnung 10^{16} ° K besitzen; es ist daher sehr unwahrscheinlich, daß die Fixsterne einen wesentlichen Beitrag zur Radiostrahlung der Milchstraße liefern.

In hohen galaktischen Breiten beträgt die Temperatur in der Sphäre bei 100 MHz rund 500° K. Zur Erklärung dieser Strahlung reichen die galaktischen Quellen wegen der verhältnismäßig geringen Dicke des

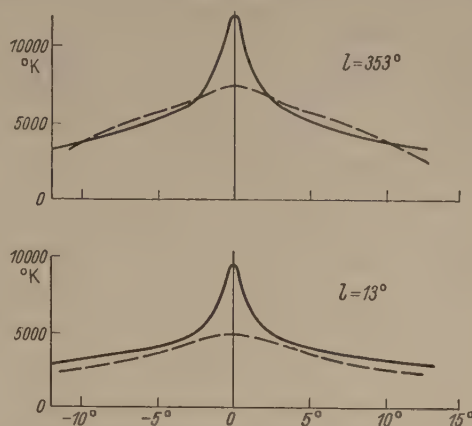


Abb. 14. Verteilung der Äquivalenttemperatur mit der galaktischen Breite bei 81,5 MHz für zwei galaktische Längen nach SCHEUER und RYLE [56]. Gestrichelt: Verlauf der Äquivalenttemperatur nach BOLTON und WESTFOLD [51].

Milchstraßensystems nicht aus. Der Nachweis der Radiostrahlung von den benachbarten Spiralnebeln läßt erwarten, daß entsprechend der ungefähr gleichförmigen räumlichen Verteilung der Spiralnebel eine isotrope Radiostrahlung aus dem Weltraum einfällt. Mit den nach unseren gegenwärtigen Kenntnissen über die Welt der Spiralnebel plausibelsten Werten

$$F = 10^8 pc^2, \quad T = 10^3$$
° K, $N = 3 \cdot 10^{-18} pc^{-3}$

erhält man nach (21) für den Bereich bis $H = 19^9 pc$ einen Wert $T_B = 300$ ° K, also die richtige Größenordnung. Diese Abschätzung ist natürlich nur ganz roh, da sie etwaige Absorptionseffekte und den Beitrag besonders intensiver Quellen von der Art der Cygnus-Quelle nicht berücksichtigt. Sie zeigt aber die Notwendigkeit, mit so großen Weglängen H zu rechnen, daß auch kosmologische Effekte wie Raumkrümmung und Rotverschiebung bei der Berechnung der Radiostrahlung der Gesamtheit der Spiralnebel eine Rolle spielen müssen. Möglicherweise eröffnet sich hier ein neuer empirischer Zugang zu den kosmologischen Problemen.

Zur Abschätzung des Einflusses der Plasmawolken in der Milchstraßenebene gehen wir aus von der aus (12) folgenden Formel für die optische Tiefe in einem Plasma mit N_e freien Elektronen pro cm³ und der Elektronentemperatur T auf der Weglänge H :

$$\tau_\nu = 10^{-26} \left(\frac{\nu}{10^8} \right)^{-2} \left(\frac{T}{10^4} \right)^{-1/2} \int_0^H N_e^2 ds. \quad (22)$$

Nach der Kenntnis der Plasmawolken aus optischen Beobachtungen, z. B. ihrer H_α Emission, betragen die Wolkendurchmesser im Mittel 10 pc, die Elektronendichten 8 cm⁻³ und die Elektronentemperaturen rund 10^4 ° K. Damit wird für eine Wolke

$$\int N_e^2 ds \approx 2 \cdot 10^{21} cm^{-5};$$

die mittlere optische Dicke einer Wolke bei 100 MHz ergibt sich zu $\tau \approx 0.02$ und ihre Äquivalenttemperatur nach (19) und (20) zu $T_a \approx 200^\circ \text{ K}$. In der Milchstraßenebene schneidet die Sehlinie etwa alle 1000 pc eine solche Plasmawolke. Sind die Plasmawolken durch die ganze Milchstraßenebene verteilt, so werden in der Richtung zum galaktischen Zentrum etwa 20 Wolken geschnitten und damit Äquivalenttemperaturen der von SCHEUER und RYLE [56] (vgl. Abb. 14) gefundenen Größenordnung erreicht. Nach der genaueren Analyse ihrer Werte halten SCHEUER und RYLE zwar eine Elektronentemperatur von mindestens 18000° K erforderlich, doch ist es fraglich, ob ausschließlich die Plasmawolken zu dem gefundenen hellen Band beitragen und ob nicht auch isolierte Quellen in der Milchstraßenebene, z. B. Filamentnebel nach der Art der Cassiopeia-Quelle, daran beteiligt sind.

Wegen des Ganges der optischen Dicke mit ν^{-2} ist die Absorptionswirkung der Plasmawolken für Frequenzen oberhalb etwa 300 MHz zu vernachlässigen, für Frequenzen unter etwa 30 MHz werden dagegen die in der Milchstraßenebene auftretenden optischen Dicken >1 , so daß die Strahlung der entfernteren Einzelquellen merklich geschwächt wird. Die Emission einer Plasmaschicht ist nach (20) wellenlängenunabhängig, solange die optische Dicke klein gegen 1 bleibt. Da in diesem Fall eine Plasmawolke ein

$$J_\nu = 2 \cdot 10^{-25} \text{ Watt/m}^2 \text{ Hz}$$

ergibt, könnte die für Frequenzen $>300 \text{ MHz}$ beobachtete diffuse Strahlung in der Milchstraße (vgl. Abb. 11) völlig gedeckt werden.

Wenn auch die Diskussion der diffusen Radiostrahlung noch in vollem Fluß ist und die gemachten Abschätzungen vielleicht in manchen Punkten zu revidieren sind, so scheint doch die Beteiligung von wenigstens 3 Komponenten sichergestellt, die jeweils in verschiedenen Frequenzbereichen und verschiedenen Zonen an der Sphäre hervortreten: in geringen galaktischen Breiten geben isolierte Quellen mit nicht-thermischer Emission den Hauptbeitrag zu den Meterwellen und Plasmawolken mit thermischer Emission den Hauptbeitrag bei den Dezimeterwellen; in hohen galaktischen Breiten stammt die beobachtete Strahlung im wesentlichen von Quellen außerhalb des Milchstraßensystems bis zu Entfernungen von Milliarden Lichtjahren.

E. Die Emission des interstellaren Wasserstoffs bei 21 cm Wellenlänge.

Bei den bisher betrachteten Radioemissionen handelte es sich durchweg um solche mit kontinuierlichem Spektrum. Die Beobachtung von Spektrallinien liefert demgegenüber wie im optischen Bereich wesentlich neue Möglichkeiten. Die Lage einer Spektrallinie gestattet nicht nur die Art und den Anregungszustand der emittierenden bzw. absorbierenden Atome zu bestimmen, sondern aus der Dopplerverschiebung auch ihren Bewegungszustand; ferner können aus der Intensität Schlüsse auf die Anzahl der am Zustandekommen der Linie beteiligten Atome gezogen werden. Es war daher ein großer grundsätzlicher Fortschritt, als es im Frühjahr 1951 verschiedenen Forschungsgruppen in den USA [64], in Holland [65] und Australien [66] unabhängig voneinander gelang, eine Emissions-Linie des interstellaren Wasserstoffs im Grundzustand

bei 21.2 cm Wellenlänge nachzuweisen. Schon 19 hatte VAN DE HULST [67] auf die Möglichkeit der Beobachtung dieser Linie hingewiesen.

Die 21 cm-Linie (1420.4056 MHz) gehört der Hyperfeinstruktur des Grundzustandes im Termschema des Wasserstoffatoms an, sie entsteht durch den Übergang zwischen der parallelen und antiparallelen Richtung von Kernspin und Elektronenspin. Die Übergangswahrscheinlichkeit beträgt nur $2.85 \cdot 10^{-15} \text{ sec}^{-1}$, so daß der obere Zustand bei Abwesenheit von Störungen eine Lebensdauer von 11 Millionen Jahren hat. In Laboratorium haben KUSCH und PRODELL [68] die Linie untersucht, eine ausführliche theoretische Untersuchung der Bedingungen für das Auftreten der 21 cm Linie und anderer Fein- und Hyperfeinstruktur-Linien des Wasserstoffs in der interstellaren Materie stammt von WILD [69]. Der Versuch, eine entsprechende Linie im ersten angeregten Zustand des Wasserstoffatoms bei 177.5 MHz aufzufinden, wurde in Jodrell Bank mit einem 10 m-Spiegel unternommen [70]. Beobachtungen des Orionnebels und der Milchstraße in Sagittarius und Cygnus ergaben aber keine Andeutung der gesuchten Strahlung, die Grenzempfindlichkeit betrug 1° K .

Die ausführlichsten Ergebnisse über die Linienstruktur der 21 cm-Linie und die daraus folgenden Schlüsse über die Verteilung des emittierenden Wasserstoffs stammen von der holländischen Arbeitsgruppe [71], [72]. Über die etwas anders angelegten australischen Messungen wurde von CHRISTIANSEN und HINDMAN [73] berichtet. In Abb. 15 sind die Linienprofile dargestellt, die die Wasserstofflinie nach den holländischen Messungen bei verschiedenen galaktischen Längen in der Milchstraßenebene zeigt. In der Richtung zum galaktischen Zentrum (327°) und in der Gegenrichtung (147°) sind die Linien einfach und unverschoben, bei den anderen galaktischen Längen finden sich Verschiebungen und eine Aufspaltung in zwei oder mehrere Komponenten. Die großen Linienbreiten können nur durch Dopplereffekte hervorgerufen sein, da andere Ursachen für eine Linienverbreiterung nicht vorhanden sind. Thermische Dopplereffekte sind gering, da die Temperatur des interstellaren Gases außer in den Umgebungen heißer Sterne, in denen der Wasserstoff ionisiert ist, nur etwa 100° K beträgt. Die in den galaktischen Längen 327° und 147° beobachteten Verbreiterungen müssen also auf ungeordnete makroskopische Bewegungen der Wasserstoffwolken zurückgeführt werden, wobei die Geschwindigkeitsstreuung etwa $\pm 15 \text{ km/sec}$ beträgt. Die von WILD [69] gegebene Formel für den Absorptionskoeffizienten der Linie lautet

$$\kappa_{21.2} = 8.0 \cdot 10^3 \frac{n}{\Delta\nu \cdot \Theta}, \quad (23)$$

wobei n die Zahl der H-Atome im cm^3 , $\Delta\nu$ die Halbwertsbreite der Linie und Θ die kinetische Temperatur in den Wasserstoffwolken bedeutet. Damit erhält man für die Weglänge, auf der in der Richtung zum Zentrum oder in der Gegenrichtung die optische Tiefe Eins in der Linie erreicht wird, Werte der Größenordnung 1000 bis 2000 parsec. Die Dicke der Wasserstoffschicht ergibt sich aus der Abhängigkeit der Linienintensität von der galaktischen Breite zu etwa 200 parsec.

Die komplizierte Struktur der Linie in den anderen galaktischen Längen kann durch die differentielle Rotation der Milchstraße und die räumliche Anord-

ng der Wasserstoffwolken gedeutet werden, wie
n Oort und seinen Mitarbeitern [71] gezeigt wurde.
a die Winkelgeschwindigkeit der galaktischen Rota-
tion nach außen hin abnimmt, überholt die Sonne auf
er Bahn um das galaktische Zentrum die weiter
ßen gelegenen Gebiete. Daher (vgl. Abb. 16) ent-
nen sich die Gebiete zwischen 147° und 220° ga-
ktischer Länge von unserem Standpunkt, in diesem
ereich sind die Radialgeschwindigkeiten positiv; die
gebiete zwischen 147° und 57° nähern sich, hier sind
e Radialgeschwindigkeiten negativ. Der Verlauf der

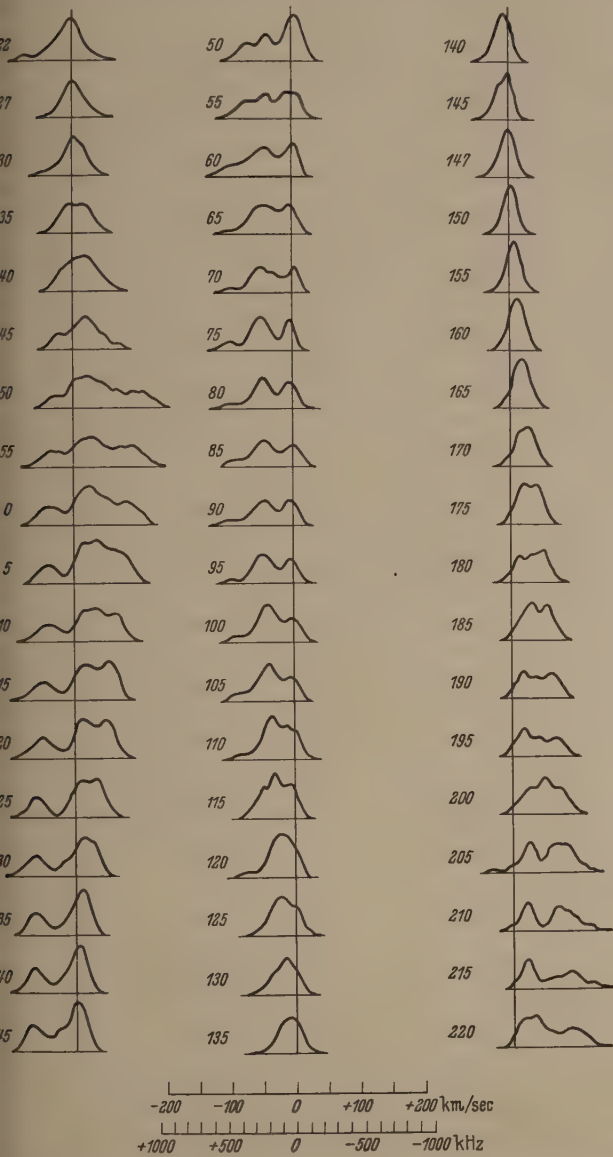


Abb. 15. Linienprofile der 21 cm-Linie des Wasserstoffs an 54 Stellen des galaktischen Äquators, die durch die angeschriebenen galaktischen Längen gekennzeichnet sind.
Ordinate: Intensität. Ordinate: Radialgeschwindigkeit, positiv bei Entfernung, negativ bei Annäherung der Quelle. Nach VAN DE HULST [72].

Rotationsgeschwindigkeit mit dem Abstand vom galaktischen Zentrum ist in guter Näherung bekannt, man kann daher aus der Radialgeschwindigkeit eines Intensitätsmaximums oder -minimums in der Linienkontur die Lage des zugehörigen Dichtemaximums oder -minimums der Wasserstoffatome in der Milchstraßenebene bestimmen. Auf diese Weise sind die in Abb. 16 eingezeichneten Emissionsgebiete erhalten worden. Im Inneren der Sonnenbahn um das galak-

tische Zentrum ist die Zuordnung nicht eindeutig, so daß nur die außerhalb gelegenen Gebiete starker und geringer Emission eingetragen werden konnten.

Man erkennt, wie sich diese Gebiete in langgestreckten Spiralarmen anordnen, die den Innenraum der Sonnenbahn eng umschlingen. Die Gasdichte in den Zwischengebieten beträgt nur etwa $\frac{1}{10}$ der Dichte in den Armen. Die Arme liegen offenbar nicht alle in der gleichen Ebene, sondern treten z. B. bei 50° über und unter die Milchstraßenebene hinaus. Ähnliche Strukturen sind bei verschiedenen Spiralnebeln vor-

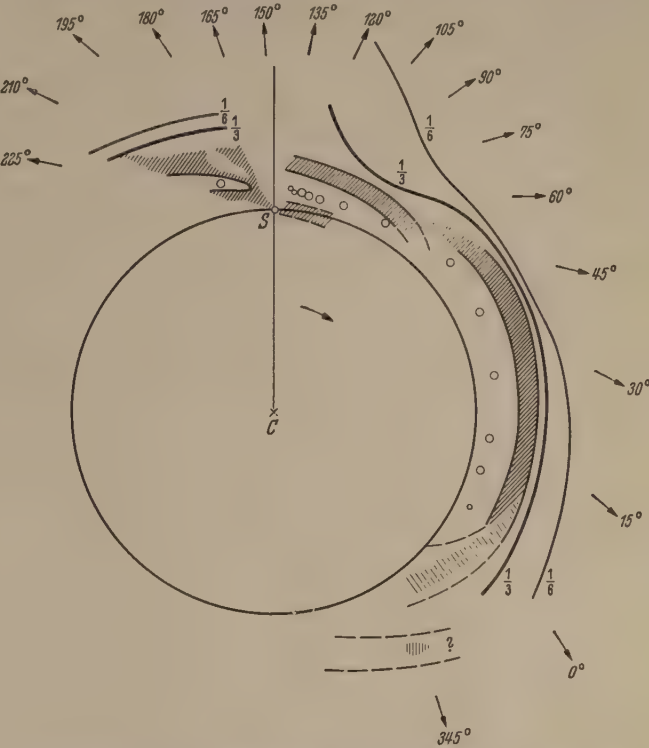


Abb. 16. Anordnung der Emissionsgebiete der 21 cm-Wasserstofflinie in der Milchstraßenebene nach den holländischen Untersuchungen [71], [72].
Schraffiert: Gebiete stärkster Emission.
Offene Kreise: Gebiete kleinster Emission.
C galaktisches Zentrum, S Ort der Sonne.

handen; auch der Windungssinn, bei dem die konvexen Seiten der Spiralarme vorangehen, ist im Milchstraßensystem der gleiche wie dort. Es muß als ein ganz besonderer Erfolg der Radioastronomie angesehen werden, daß die Spiralstrukturen in den äußeren Bezirken des Milchstraßensystems nunmehr zweifelsfrei nachgewiesen werden konnten. Die klassische Fixsternastronomie hatte sich lange vergeblich um dieses Problem bemüht, und erst in den letzten Jahren war es MORGAN durch die Untersuchung der Entfernungen von Gasnebeln und von O- und B-Sternen gelungen, die Existenz eines Spiralarmes in der Nähe des Sonnenortes wahrscheinlich zu machen.

Bei der Untersuchung der Struktureigenschaften der Wasserstoffverteilung im Sternsystem mit Hilfe der Wasserstofflinie 21.2 cm stehen wir erst am Anfang einer hoffnungsvollen Entwicklung. Sowohl von Seiten der Beobachtung (Steigerung des Auflösungsvermögens an der Sphäre und in der Frequenz, Messungen am Südhimmel, Messungen außerhalb der Milchstraßenebene) wie von Seiten der Theorie (Verbesserung des Modells der galaktischen Rotation, Diskussion des Absorptionskoeffizienten und der Effekte der optischen Tiefe) sind in naher Zukunft zahlreiche

weitere Aufschlüsse über das interstellare Medium zu erwarten.

F. Vermischte Probleme.

1. Meteorbeobachtungen.

Die Anwendung von Radarmethoden zur Beobachtung von Meteorspuren, die besonders in Jodrell Bank, in Canada und in Stanford (USA) betrieben wird, hat zu wesentlichen Fortschritten der Meteor-astronomie geführt. Vor allem konnte der Nachweis geführt werden, daß mindestens 99% der Meteor-geschwindigkeiten unter der parabolischen Grenz-geschwindigkeit liegen, daß also fast alle Meteore zum Sonnensystem gehören.

Die in die Erdatmosphäre eindringenden Teilchen, die als Sternschnuppen sichtbar werden, haben Ra-dien unter 1 mm; ihre Geschwindigkeiten relativ zur

Erde liegen zwischen der Summe und Differenz von parabolischer Grenzge-schwindigkeit 42 km/sec und Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn 30 km/sec, also zwischen 12 km/sec und 72 km/sec. Die Zahl der sichtbaren spora-dischen Meteore beträgt im Durchschnitt etwa 10 pro Stunde; in Meteorströmen, bei denen die im Raum parallelen Spuren an der Sphäre von einem festen

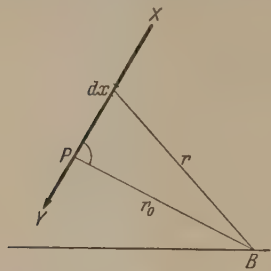


Abb. 17. Zur Streuung elektro-magnetischer Wellen des Senders bei B an einer Meteorspur XY. Ein merkliches Echo wird in B nur aus der Umgebung von P erhalten, wo die Beobachtungsrichtung senk-recht auf der Spur steht.

Punkt, dem Radianten, auszugehen scheinen, steigt ihre Zahl bis auf etwa 60 pro Stunde, gelegentlich wird sie noch wesentlich höher.

Durch die Stöße der Luftmoleküle werden die Teil-chen beim Eindringen erhitzt, sie verdampfen in Hö-hen um 90 km. Ihre kinetische Energie verwandelt sich etwa im Verhältnis 10⁴:10²:1 in Wärmeenergie, Strahlungsenergie und Ionisationsenergie. Je nach der Geschwindigkeit und Größe des Teilchens werden pro cm Bahn 10⁹ bis 10¹³ freie Elektronen gebildet, die an-fangs einen Querschnitt von der Größenordnung der freien Weglänge (~ 10 cm in 100 km Höhe) erfüllen. Die Verhältnisse bei Teilchen von 40 km/sec Ge-schwindigkeit, die als Sternschnuppen der astrono-mischen Größenklasse 1^m bzw. 6^m erscheinen, sind nach N. HERLOFSON [74]:

Größenklasse	+ 1 ^m	+ 6 ^m
Radius	0.8 mm	0.2 mm
Elektronen pro cm Bahn	10 ¹²	10 ¹⁰
Höhe maximaler Helligkeit und Ionisation	85 km	95 km.

Die Reflexion von Radiowellen an den kurzlebigen Zylindern hoher Elektronenkonzentration längs der Spuren kann mit üblichen Radar-Geräten von rund 100 KW Impulsleistung gut beobachtet werden, wenn man bei Frequenzen arbeitet, die oberhalb der Grenz-frequenz liegen. Die Intensität des von der Spur er-haltenen Echos wurde von LOVELL und CLEGG [75] berechnet. Bei einer Elektronenzahl α pro cm Bahn hat der Streuquerschnitt für ein Stück dx der Bahn den Wert $4 \pi \left(\frac{e^2 \alpha dx}{m c^2} \right)^2$. Durch Integration über die ganze Bahn (vgl. Abb. 17), erhält man die Inten-sität des in B empfangenen Echos. Dabei löschen

sich infolge der auftretenden Phasendifferenzen Einzelbeiträge bis auf den Beitrag eines Stückes Länge $\sqrt{\lambda \cdot r_0/2}$ in der Umgebung des Spiegelun-punktes P aus, und man erhält für die Echointensität bei einer Sendeleistung von P Watt und einem Gewinnfaktor G der für Sendung und Empfang benutzt Antenne:

$$\varepsilon = \alpha^2 \frac{P G^2 \lambda^3}{24 \pi^2 r_0^3} \left(\frac{m c^2}{e^2} \right)^2 \text{ Watt.}$$

Darin können ε und r_0 beobachtet werden; die Echointensitäten liegen in der Größenordnung 10⁻¹¹ Watt. Die Abstände r_0 betragen etwa 200–800 km. Die Elektronenzahlen α kommen in guter Übereinstimmung mit der Theorie von HERLOFSON heraus, auch die zwischen $\lambda = 1.4$ m und $\lambda = 8$ m gefundene Wellenlängenabhängigkeit entspricht der Formel. Mit wachsender Wellenlänge nimmt die Zahl der beobachteten Echos stark zu.

Die Echodauer ist im allgemeinen sehr kurz, die Elektronen längs der Spur durch Diffusion rasch zerstreut werden. Die Wiedervereinigung der Elektronen und Ionen spielt demgegenüber eine untergeordnete Rolle. Normalerweise erfolgt der Abfall der Echointensität auf die Hälfte des Maximalwertes in weniger als 1/10 Sekunde. Die Diffusionstheorie gibt für die Echodauer den Wert

$$\tau_e = \frac{\lambda^2}{16 \pi^2 D},$$

wobei für den Diffusionskoeffizienten D aus den Beobachtungen Werte um 3 · 10⁴ cm² sec⁻¹ folgen [76]. Bei hellen Meteoren, die zu Elektronendichten $\alpha \gg 10^{12}$ führen, sind die obigen Formeln nicht mehr zutreffend. In diesem Fall können die elektrischen Wellen nicht in die ionisierte Säule eindringen; die Streuung erfolgt nicht mehr an den einzelnen Elektronen, sondern die Spur reflektiert ähnlich wie ein metallischer Zylinder. Die Echodauer wird dann proportional α , die empfangene Intensität proportional $\alpha^{3/2}$. Eine ausführliche Theorie der Streuung elektromagnetischer Wellen an Meteorspuren, bei der auch die Polarisation berücksichtigt ist, wurde von KAISER und CLOSS [77] gegeben.

Gelegentlich kommen Echos vor, deren Dauer mehrere 100mal größer ist als die der normalen kurzlebigen Echos; ihre Entstehung ist noch nicht restlos geklärt. Vielleicht ist die Lage der Spuren relativ zu den Kraftlinien des Erdmagnetfeldes von Einfluß [78].

Die Gesamtmenge meteoritischer Materie, die pro Tag in die Erdatmosphäre eindringt, ist nicht genau bekannt. Die Abschätzungen liegen zwischen 0,5 t [79] und 10⁴ t [80]. Da die Ionisierungswahrscheinlichkeit eines Meteoratoms etwa 10⁻² beträgt, werden pro Gramm Meteoratom etwa 10²⁰ Elektronen produziert. Wenn wir annehmen, daß die Ionisierung über den Höhenbereich 80 bis 120 km verteilt ist, so ergibt sich bei 1 t meteoritischen Materials pro Erdoberfläche und Tag, das Ionisation längs seiner Spuren bewirkt, eine Erzeugung von 5 · 10⁻⁵ Elektronen pro cm³ und sec. Da die zur Aufrechterhaltung der Ionisierung in der E-Schicht der Ionosphäre nötige Produktion bei Tag etwa 200 Ionen pro cm³ und sec beträgt, ist es klar, daß die Meteorspuren keinen merklichen Beitrag zur normalen Ionisation in der E-Schicht liefern können.

Außer der Elektronendichte α in der Spur, dem Abstand r_0 vom Beobachter und dem Radiationspunkt bei Meteorströmen läßt sich auch die Geschwindigkeit der eindringenden Partikel mit Radiomethoden bestimmen. Dazu sind verschiedene Verfahren benutzt worden. Die direkteste Methode ist die Beobachtung des schwachen Echos, das vom Kopf der Spur, von der den Meteoriten umgebenden Elektronenwolke zurückgeworfen wird. Aus der Entfernungs-Zeitkurve $r(t)$ folgt dann die Geschwindigkeit v :

$$v = \frac{(r^2 - r_0^2)^{1/2}}{t - t_0}, \quad (26)$$

Wenn t_0 den Augenblick des kleinsten Abstandes bezeichnet. Nach diesem Verfahren, das zuerst von HEY und STEWART [81] bei der Beobachtung der Giacobiniden 1946 benutzt wurde, sind von MILLMAN und MCKINLEY in Canada [82] zahlreiche Meteorgeschwindigkeiten bestimmt worden, die Senderfrequenz betrug dabei 30 MHz. Ein anderes Verfahren, das Amplituden-Zeit-Diagramme des Echos von einem kontinuierlichen strahlenden Sender verwendet, ist wesentlich empfindlicher und gestattet etwa 1000mal mehr Echos zu analysieren. Nach diesem Verfahren wurden von MCKINLEY [83] die Geschwindigkeiten von rund 11000 Meteoriten bis zur visuellen Größenklasse 8^m mit einem durchschnittlichen Fehler von $\pm 5\%$ bestimmt. Dabei fanden sich nur 32 Objekte, deren geozentrische Geschwindigkeiten über 75 km/sec lagen. Dieses fast völlige Fehlen hyperbolischer Geschwindigkeiten ergab sich auch bei den Geschwindigkeitsmessungen sporadischer Meteore, die 1948 bis 1951 in Jodrell Bank [84], [85] ausgeführt wurden. Es wurden Amplituden-Zeit-Diagramme der Echos von Impulssendern auf 4.16 m und 8.13 m Wellenlänge benutzt; die Sender lieferten 600 Impulse pro Sekunde von je 10 Mikrosekunden Dauer. Die registrierten Echos zeigen die Ausbildung der Fresnel-Zonen an der fortschreitenden Spur; aus dem Abstand der aufeinanderfolgenden Maxima oder Minima wird die Geschwindigkeit erhalten. Die gemessenen rund 850 Geschwindigkeiten (etwa 6% der erhaltenen Echos) hatten eine Genauigkeit von ± 4 km/sec, wie eine Reihe an dem Geminiden-Strom mit der gleichen Apparatur zeigte. Nach den resultierenden Verteilungskurven der geozentrischen Geschwindigkeiten sporadischer Meteore muß es als gesichert gelten, daß ein merklicher Anteil interstellarer Teilchen vorhanden ist.

Neben der Klärung des Geschwindigkeits-Problems gehört zu den wichtigsten Ergebnissen der Radioastronomie der Meteore die Auffindung verschiedener

Meteorströme am Tageshimmel der Monate Mai bis Juli, deren Radianten in der Nähe der Sonne liegen. Hier zeigt sich besonders deutlich die Überlegenheit der Echomethode in ihrer Unabhängigkeit von Wetter und Tageszeit gegenüber den visuellen und photographischen Methoden der Meteorbeobachtung. Das Auftreten einer großen Zahl von Echos während der Sommertage war schon 1945 von HEY und STEWART [81] und 1946 von PRENTICE, LOVELL und BANWELL [86] beobachtet. Eine systematische Untersuchung wurde dann von 1947 ab in Jodrell Bank durchgeführt [87], [88], [89], [90], [91]. Die Radianten und Geschwindigkeiten für 4 Ströme konnten bestimmt und daraus die Bahnelemente der Ströme abgeleitet werden. Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Ergebnisse. Die Bahnen der 4 Tagesströme liegen sämtlich innerhalb der Jupiterbahn, sie ähneln nach Form und Neigung mehr den Bahnen von Planetoiden als Kometenbahnen. Die 3 letztgenannten Ströme, die nur kleine Neigungen gegen die Ekliptik haben, kreuzen die Erdbahn an einer zweiten Stelle und rufen dort nächtliche, visuell beobachtete Sternschnuppen-Schauer hervor. Die Arietiden haben wahrscheinlich den gleichen Ursprung wie die δ -Aquariden (August 3), die β -Tauriden und die nächtlichen Tauriden (November 11) zeigen ebenfalls entsprechende Bahnen, welche eine Ähnlichkeit zur Bahn des ENCKESchen Kometen aufweisen.

2. Echobeobachtungen und thermische Strahlung des Mondes.

Der Mond ist bisher der einzige Himmelskörper, bei dem sowohl die aktive wie die passive Methode der Radioastronomie angewandt werden konnte.

Gegenüber dem Reflex, den ein militärisches Radargerät von einem Flugzeug in 200 km Entfernung erhält, ist der Mondreflex bei gleicher Sendeleistung und gleicher Antennenfläche um den Faktor 1000 schwächer. Um eine ausreichende Echointensität zu erhalten, war es notwendig, die Fläche der Sende- und Empfangsantenne möglichst groß zu wählen und außerdem mit Impulslängen von der Größenordnung Zehntelsekunden zu arbeiten, um durch Verkleinerung der Bandbreite des Empfängers das Signal-Rausch-Verhältnis verbessern zu können.

Die folgende Zusammenstellung gibt für drei Untersuchungen über Mondechos die benutzten Wellenlängen, Impulsleistungen und -Dauern, Empfänger-Bandbreiten und Gewinnfaktoren der benutzten Richtantennen gegenüber einem isotropen Strahler.

Meteorströme am Tageshimmel.

	α -Cetiden	Arietiden	ζ -Perseiden	β -Tauriden
Mittleres Datum	Mai 19	Juni 8	Juni 8	Juni 20
Dauer (Tage)	9	18	16	8
Mittlere Anzahl pro Stunde	18	60	40	30
Radiant: α	$25^\circ 0' \pm 2^\circ$	43.8 ± 1	61.0 ± 2	85.7 ± 2
δ	$-3^\circ 7' \pm 2^\circ$	$+ 21.9 \pm 1.5$	$+ 22.8 \pm 2$	$+ 17.9 \pm 2$
Heliozentrische Geschwindigkeit (km/sec)	32.5 ± 2.7	43.0 ± 2.9	34.8 ± 2.0	36.7 ± 2.8
Große Achse der Bahn in Erdbahnradien	1.3 ± 0.4	1.5 ± 0.7	1.7 ± 0.5	2.2 ± 3.1
Exzentrizität der Bahn	0.91 ± 0.04	0.94 ± 0.04	0.79 ± 0.08	0.85 ± 0.10
Neigung der Bahnebene gegen die Ekliptik	$34^\circ \pm 7^\circ$	18 ± 5	4 ± 2	6 ± 3

Die Intensitäten der empfangenen Echos zeigen starke zeitliche Schwankungen, die im wesentlichen von der Ionosphäre hervorgerufen werden (vgl. F 3). Möglicherweise trägt auch die Librationsschwingung des Mondes zu den beobachteten Intensitätsschwankungen bei. Der Dopplereffekt, der durch die Relativbewegung von Mond und Beobachtungsanordnung infolge der Erddrehung und der Elliptizität der Mondbahn auftritt, erreicht Beträge bis etwa 300 Hz und ist infolge der Schmalbandigkeit der Empfänger leicht nachzuweisen.

Bei den benachbarten Planeten Mars, Venus, Merkur und Jupiter und bei den der Erde nahekommenden Planetoiden sind die zu erwartenden Echos um 7–8 Zehnerpotenzen schwächer als die Mondechos.

Beobachtungen von Mond-Echos.					
	λ	Impuls	Bandbreite	Antennengewinn	
USA Signal Corps [92]	2,6 m	3 kW 0°25	57 Hz	400	
Australien [93] Div. of Radiophysics	15 m	70 kW 0°25	70 Hz	100	
England [94] Jodrell Bank	4,2 m	25 kW 0°02	10 Hz	100	

Durch Steigerung des Antennengewinns auf den Wert $2 \cdot 10^4$, wie ihn z. B. ein 80 m-Spiegel bei 1.5 m Wellenlänge liefert, durch Verkleinerung der Bandbreite auf 1 Hz bei entsprechender Vergrößerung der Impulsdauer und durch Steigerung der Impulsleistung auf 200 kW sollte es möglich sein, diese Echos nachzuweisen. Durch Messung der Laufzeiten für die Echos (beim Jupiter z. B. 4000 Sekunden) müßte sich unsere Kenntnis von den Entfernungen im Planetensystem, die gegenwärtig noch mit einer Unsicherheit von $\pm 0.1\%$ behaftet sind, wesentlich verbessern lassen.

Die Beobachtung der thermischen Strahlung des Mondes bei einer Wellenlänge von 1.25 cm [95] hat zu interessanten Ergebnissen über die Struktur der Mondoberfläche geführt. Im Gegensatz zu den älteren Beobachtungen von PETTIT und NICHOLSON [96], [97] im Infrarot zwischen 8 und 14μ fanden die australischen Beobachter, die einen 44 Zoll-Spiegel mit einem Antennen-Gewinn von 3×10^4 benutzten, eine deutliche Asymmetrie in der Abhängigkeit der gemessenen Temperatur vom Phasenwinkel des Mondes, und zwar ein Nachhinken gegenüber der Einstrahlung. Die Amplitude der Temperaturschwankung ist bei 1.25 cm sehr viel kleiner als im Infraroten. Die Beobachter geben für den in Abb. 18 dargestellten Befund folgende Erklärung: Die Mondfläche ist von einer sehr lockeren schlecht wärmeleitenden Staubschicht von mindestens 50 cm Dicke bedeckt, die man sich durch den Einschlag kleiner und kleinster Meteoriten von Staubkorngrößen entstanden denken kann. Im Infraroten, mißt man die Temperatur der Oberfläche, bei 1.25 cm dagegen die Temperatur einer weiter innen liegenden Schicht, in der die monatliche Temperaturwelle phasenverschoben und mit verminderter Amplitude auftritt. Aus plausiblen Abschätzungen über das Wärmeleitvermögen ergibt sich für die mittlere Tiefe der Schicht, aus der die 1.25 cm-Strahlung kommt, ein Wert von 40 cm.

3. Szintillation isolierter Strahlungsquellen und Ionosphärenstruktur.

Die Intensitäten und in geringerem Betrage auch die Positionen isolierter Radioquellen zeigen im Gebiet der Meterwellen unregelmäßige Schwankungen. Die gefundenen Intensitätsänderungen wurden zuerst den Quellen selbst zugeschrieben, doch zeigte sich bei gleichzeitigen Beobachtungen von verschiedenen Orten aus bald, daß die Erscheinung beim Durchgang der Radiostrahlung durch die höchsten Schichten der Erdatmosphäre entsteht. Die Radioastronomie bietet somit eine Möglichkeit, aus der Diskussion der beobachteten Schwankungen Aufschlüsse über die Struktur und die Bewegungsvorgänge in der Ionosphäre zu erhalten.

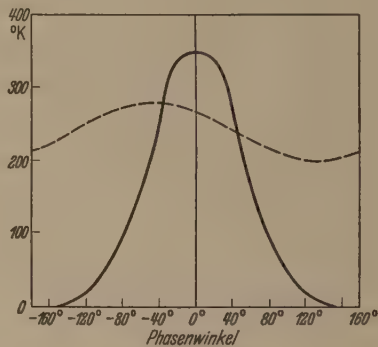


Abb. 18. Mondtemperatur in Abhängigkeit vom Phasenwinkel. — Infrarot bei $8 \dots 14 \mu$ nach PETTIT und NICHOLSON [96]. - - - Radioastronomisch bei 1,25 cm nach PIDEINGTON und MINETT [95].

Die Theorie des Durchgangs einer ebenen Wellenfront durch ein Plasma mit statistisch verteilten Inhomogenitäten ist von HEWISH [98] und LITTLE [99] im Anschluß an eine Untersuchung von BOOKER, RATCLIFFE und SHINN [100] über die Streuung an einem Schirm mit zufällig verteilten phasenändernden Gebieten behandelt worden. Beobachtungen sind vor allem in Cambridge [101], [102] und in Jodrell Bank [103], [104], [105] durchgeführt worden.

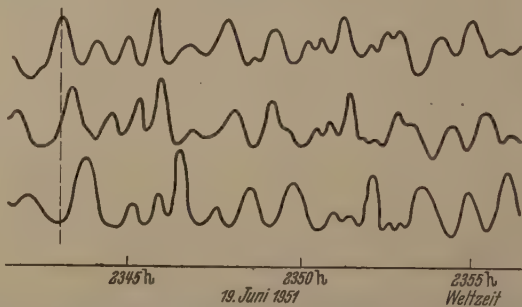


Abb. 19. Gleichzeitige Registrierung der Intensitätsschwankungen einer Radioquelle bei 80 MHz an drei Orten, die an den Ecken eines Dreiecks von etwa 4 km Seitenlänge liegen. (Nach A. MAXWELL und G. G. LITTLE [104].)

Wir fassen einige der wichtigsten Ergebnisse, die bisher erzielt sind, in einer Reihe von Aussagen zusammen:

1. Die Periode der Schwankungen liegt bei etwa 30 sec, die Intensitätsschwankung (quadratischer Mittelwert der Abweichungen vom Mittel) erreicht Werte bis etwa 30% der mittleren Intensität, die Ortschwankung Werte bis etwa $12'$. An Orten, die einige km voneinander entfernt sind, wird fast der gleiche Verlauf der Schwankungen gefunden (Abb. 19), nur

t einer Phasenverschiebung vom Bruchteil einer Periode. Daraus folgt, daß die Wolkenstruktur der ionisierten Störschicht ziemlich stationär ist und durch die Strömung über die Beobachtungsrichtung geführt wird.

2. Die Höhe der Störschicht wurde zu ungefähr 100 km ermittelt, sie befindet sich also über dem Ionisationsmaximum der F_2 -Schicht. Es ließ sich zeigen, daß rund 75% der ionisierten Teilchen in der Erdatmosphäre oberhalb dieses Maximums liegen, also außerhalb des der Echomethode der Ionosphärenforschung zugänglichen Bereichs.

3. Die Abmessungen der Wolken höherer Ionisierung betragen im Mittel 5 km, die Windgeschwindigkeiten etwa 100 bis 1000 km/Stunde; die Strömung ist meist nach Westen gerichtet. Die Beobachtungen an benachbarten Orten zeigen, daß die Linearabmessungen der Unregelmäßigkeiten von der Windgeschwindigkeit unabhängig sind.

4. Die Windgeschwindigkeit in der Störschicht hängt mit der erdmagnetischen Aktivität, der Korrelationskoeffizient zwischen der Charakterzahl K und der Zahl der Intensitätsschwankungen pro Sekunde beträgt $+0.74$. Die höchsten Geschwindigkeiten von über 1000 km/Stunde wurden beim Auftreten von Polarlichtern beobachtet. Die Amplitude der Schwankungen wird von der erdmagnetischen Aktivität nicht einflußt.

5. Es besteht ein deutlicher Tagesgang der Szintillationsamplituden mit einem Maximum kurz nach Mitternacht. Tagsüber ist im allgemeinen keine Szintillation vorhanden. Dieser Tagesgang ändert sich nur wenig mit der Jahreszeit (Abb. 20). Der Tagesgang spricht dafür, daß die ganze Erscheinung mit dem Eindringen interstellarer Partikel in die Erdatmosphäre zusammenhängt, die vom Gravitationsfeld der Sonne angezogen sich zur Sonne hin bewegen.

4. Kosmische Radiostrahlung und Nachrichtenübermittlung.

Im Frequenzbereich unter 20 MHz wird der äußere Störpegel beim drahtlosen Empfang durch die von den Weltraumherden kommenden atmosphärischen Störungen bestimmt, für Frequenzen über 200 MHz durch die schwarze Strahlung der Erdatmosphäre. Bei diesen hohen Frequenzen ist außerdem das Eigenrauschen der zur Zeit verfügbaren Empfänger von gleicher Größenordnung oder größer als das von der Antenne empfangene Rauschen. Im zwischenliegenden Bereich von etwa 20 MHz bis 200 MHz bestimmt das kosmische Rauschen den Störpegel und damit die Empfangsempfindlichkeit bei der Nachrichtenübertragung. Zur Untersuchung dieses „kosmischen“ Rauschpegels wurden im National Bureau of Standards in den Jahren 1948–1949 Dauerregistrierungen in den Frequenzen 25, 35, 50, 75 und 110 MHz durchgeführt [106]. Als Antennen dienten $\lambda/2$ -Dipole, eine Wellenlänge über dem Boden, die in der Ost-West-Richtung orientiert waren. Das Ergebnis dieser Registrierungen, bei denen eine Genauigkeit von etwa 1 dB angestrebt war, ist in Abb. 21 zusammen mit den Grenzen des Rauschpegels durch Atmosphärisches und mit der Intensität der schwarzen Strahlung von 300°K dargestellt. Die kleinen Unterschiede in der registrierten kosmischen Störstrahlung sind im wesentlichen durch die verschiedene Stellung der Milchstraße zum

Horizont bedingt; nach eigenen Rechnungen liegt die mittlere Äquivalenttemperatur der Hemisphäre je nach Stellung der Milchstraße bei 100 MHz zwischen

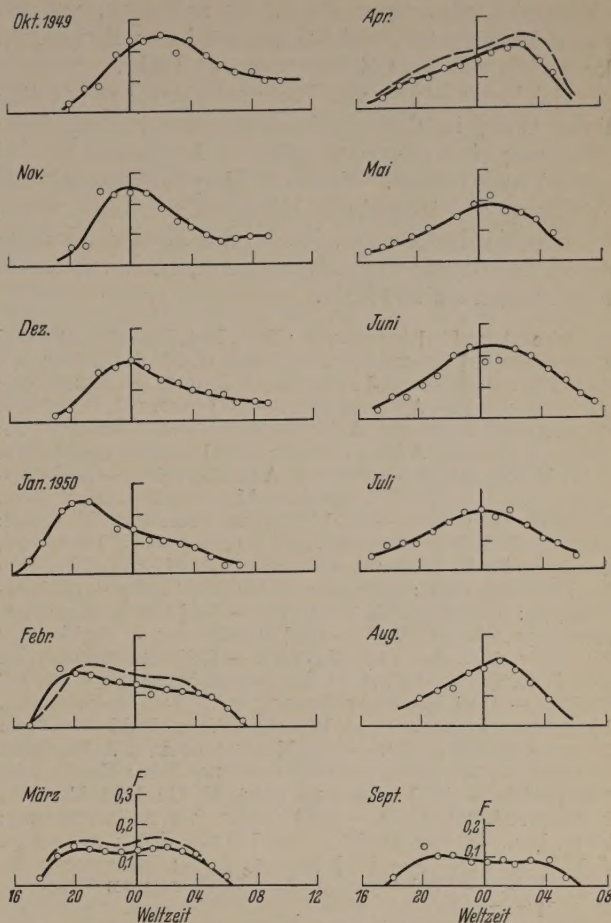


Abb. 20. Monatsmittel des Tagesgangs der Amplitudenschwankung

$$F = \frac{\sqrt{\Delta A^2}}{A}$$

nach Beobachtungen der Cassiopeia-Quelle bei 6.7 m; gestrichelte Kurve im folgenden Jahr bei 8 m Wellenlänge (nach A. HEWISH [98]).

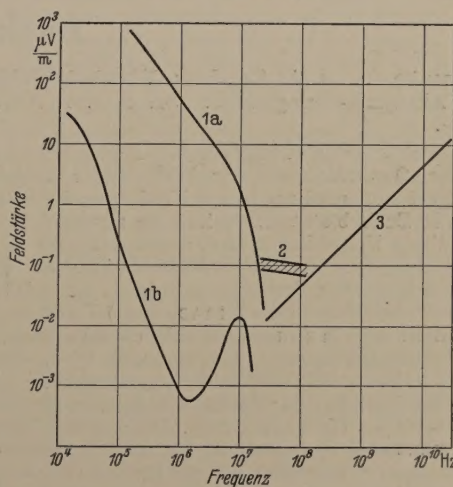


Abb. 21. Feldstärken der natürlichen Störstrahlungen im Frequenzbereich 10^4 bis 10^{10} Hz für eine Bandbreite von 1000 Hz.

1a und 1b. Obere und untere Grenze für Atmosphärisches nach [107].
2. Bereich der mittleren kosmischen Störstrahlung.
3. Schwarzer Strahler von 300°K (in einer Polarisationssebene).

etwa 600°K und 1000°K . Dem entspricht ein Energiefluß durch die horizontale Fläche von 1.2×10^{-20} Watt/m²Hz bis 2×10^{-20} Watt/m²Hz. Der Anteil der

Sonne bleibt bei dieser Frequenz im allgemeinen um eine Zehnerpotenz darunter, bei starker Fleckentätigkeit kann uns aber die Sonne im Meterwellengebiet ebensoviel oder mehr Strahlung zusenden, wie die ganze Hemisphäre, und bei den stärksten Eruptionen kurzzeitig um 3–4 Zehnerpotenzen mehr.

Bei Verwendung von Richtantennen hat der tägliche Gang in der empfangenen kosmischen Störstrahlung eine erheblich größere Amplitude als bei einer Dipolantenne. Wenn der Empfangskegel in die Richtung der intensiven Milchstraßengebiete weist, können die Frequenzen, für die das Milchstraßenrauschen die Empfindlichkeit begrenzt, noch wesentlich höher liegen als 200 MHz.

Literatur. [49] JANSKY, K.: Proc. Inst. Rad. Eng. **20**, 1920 (1932). — [50] REBER, G.: Astrophys. J. **91**, 621 (1940) und **100**, 279 (1944). — [51] BOLTON, G. J. u. K. C. WESTFOLD: Austr. J. Sci. Res. **A3**, 19 (1950). — [52] ALLEN, C. W. u. C. S. GUM: Austr. J. Sci. Res. **A3**, 224 (1950). — [53] SHAIN, C. A.: Austr. J. Sci. Res. **A4**, 258 (1951). — [54] PIDDINGTON, J. H. u. H. C. MINETT: Austr. J. Sci. Res. **A4**, 459 (1951). — [55] HANBURY BROWN, R. u. C. HAZARD: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **113**, 109 (1953). — [56] SCHEUER, P. A. G. u. M. RYLE: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **113**, 3 (1953). — [57] HENYAY, L. G. u. P. C. KEENAN: Astrophys. J. **91**, 625 (1940). — [58] TOWNES, C. H.: Astrophys. J. **105**, 235 (1946). — [59] UNSÖLD, A.: Naturwiss. **33**, 37 (1946). — [60] UNSÖLD, A.: Z. f. Astrophys. **26**, 176 (1949). — [61] PIDDINGTON, J. H.: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **111**, 45 (1951). — [62] WESTERHOUT, G. und J. H. OORT: Bull. Astr. Inst. of the Netherlands **11**, 323 (1951). — [63] HANBURY BROWN R. u. C. HAZARD: Phil. Mag. **44**, 939 (1953). — [64] EWEN H. I. u. E. M. PURCELL: Nature **168**, 356 (1951). — [65] MÜLLER, C. A. u. J. H. OORT: Nature **168**, 357 (1951). — [66] PAWSEY, J. L.: Nature **168**, 358 (1951). — [67] VAN DE HULST, H. C.: Ned. Tydschr. Natuurk. **11**, 201 (1945). — [68] KUSCH, P. u. A. G. PRODELL: Phys. Rev. **79**, 1009 (1950). — [69] WILD, J. P.: Astrophys. J. **115**, 206 (1952). — [70] LITTLE, A. G.: Observatory **73**, 198 (1953). — [71] OORT, J. H., H. C. VAN DE HULST u. C. A. MÜLLER: Koninkl. Nederl. Akad. Wetensch. Amsterdam **61**, No. 8 (1952). — [72] VAN DE HULST, H. C.: Observatory **73**, 129 (1953). — [73] CHRISTIANSEN, W. N. u. J. V. HINDMANN: Austr. J. Sci. Res. **A5**, 437 (1952). — [74] HERLOFSON,

N.: Phys. Soc. Rep. Prog. Phys. **11**, 444 (1948). — [75] LOV A. C. B. u. J. A. CLEGG: Proc. Phys. Soc. **60**, 491 (1948). [76] CLOSS, R. L., J. A. Clegg u. T. R. KAISER: Phil. Mag. **313** (1953). — [77] KAISER, T. R. u. R. L. CLOSS: Phil. M. **43**, 1 (1952). — [78] LOVELL, A. C. B.: Phys. Soc. Rep. P. Phys. **11**, 415 (1948). — [79] LOVELL, A. C. B.: Science Progress **38**, 22 (1950). — [80] THOMSON, W. J.: Sky and Telescope **12**, 147 (1953). — [81] HEY, J. S. und G. S. STEWART: Proc. Phys. Soc. **59**, 858 (1947). — [82] MILLMANN, P. M. D. W. R. MC KINLEY: Canadian J. Res. **27**, 53 (1949). [83] MC KINLEY, D. W. R.: Astrophys. J. **113**, 225 (1951). [84] ALMOND, MARY, J. G. DAVIES u. A. C. B. LOVELL: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **111**, 585 (1951) u. **112**, 21 (1952). [85] CLEGG, J. A.: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **112**, (1952). — [86] PRENTICE, J. P. M., A. C. B. LOVELL, C. J. BANWELL: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **107**, (1947). — [87] CLEGG, J. A., V. A. HUGHES u. A. C. B. LOVELL: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **107**, 369 (1947). — [88] ASPINALL, A., J. A. CLEGG u. A. C. B. LOVELL: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **109**, 352 (1949). — [89] ASPINALL, A. u. G. S. HARKINS: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **111**, 18 (1951). — [90] DAVIES, J. G. u. J. S. GREENHOW: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **111**, 26 (1951). — [91] ALMOND, MARY: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **111**, 37 (1951). — [92] GRIEG, D. D., S. MEGER u. R. WAER: Proc. Inst. Rad. Eng. **36**, 652 (1948). [93] KERR, F. J., C. A. SHAJN u. C. S. HIGGINS: Nature **1310** (1949). — [94] LOVELL, B. u. J. A. CLEGG: Radio Astronomy, London 1952. Kap. 21. — [95] PIDDINGTON, J. H., H. C. MINETT: Austr. J. Sci. Res. **A2**, 65 (1949). — [96] PETTIT, E. u. S. B. NICHOLSON: Astrophys. J. **71**, 102 (1930). [97] PETTIT, E.: Astrophys. J. **81**, 17 (1935). — [98] F. WISH, A.: Proc. Roy. Soc. **A209**, 81 (1951) u. **214**, 494 (1952). [99] LITTLE, C. G.: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **111**, 2 (1951). — [100] BOOKER, C. G., J. A. RATCLIFFE u. D. SHINN: Phil. Trans. **A242**, 579 (1950). — [101] SMITH, F.: Nature **165**, 422 (1950). — [102] RYLE, M. u. A. HEWIS: Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **110**, 381 (1950). — [103] LITTLE, C. G. u. A. C. B. LOVELL: Nature **165**, 423 (1950). — [104] MAXWELL, A. u. C. G. LITTLE: Nature **169**, 746 (1952). [105] LITTLE, C. G. u. A. MAXWELL: J. Atm. Terr. Phys. **356** (1952). — [106] COTTON, H. V. u. J. R. JOHLER: Proc. IRE **40**, 1053 (1952). — [107] Nat. Bur. of Standards Circ. Nr. 462; vgl. auch F. COUVOISIER: Experientia **7**, 244 (1951). [108] SIEDENTOPF, H.: Phys. Blätter **7**, 449 (1951).

Prof. Dr. HEINRICH SIEDENTOPF,
Astronomisches Institut der Universität Tübingen.

Buchbesprechungen.

Iwanenko, D., u. A. Sokolow: Klassische Feldtheorie. Berlin: Akademie-Verlag 1953. 347 S. u. 15 Abb. Geb. DM 19.—.

Die Beschäftigung mit klassischen Feldtheorien ist durch die in der Quantentheorie der Wellenfelder aufgetretenen Schwierigkeiten neuerdings in den Vordergrund getreten. Das vorliegende Buch bietet einerseits eine ausgezeichnete Darstellung dieses Fragenkomplexes, andererseits ist es der Anwendung einiger mathematischer Methoden der Quantentheorie auf klassische Probleme gewidmet. So bildet seinen Grundstock eine Theorie der DIRAC'schen δ -Funktion, die zur Konstruktion der GREEN'schen Funktion inhomogener, linearer Differentialgleichungen herangezogen wird. Damit ergeben sich teilweise neuartige und oft recht einfache Lösungen der Grundgleichungen der Elektrostatik und der Wärmeleitung wie auch der Wellengleichung. Die folgende Darstellung der MAXWELL'schen Elektrodynamik und ihrer verschiedenen Erweiterungen ist besonders auf die für die Quantenelektrodynamik so wichtige Frage der Selbstenergie des Elektrons zugeschnitten; u. a. findet sich darin aber auch eine Theorie des TSCHERENKOW-Effekts und des „leuchtenden Elektrons“. Über die Berechtigung einer „klassischen Mesodynamik“, die daran anschließt, kann man vielleicht geteilter Meinung sein. Ohne Zweifel bietet aber dieser Abschnitt eine vorzügliche Einführung in die Probleme der Kernkräfte und der Mesonen. In einem Anhang wird noch auf die Theorie des Vakuum-Feldes eingegangen. So bietet das zunächst etwas inhomogen erscheinende Werk ein lebendiges Bild von der

gegenseitigen Befruchtung von klassischer und Quantentheorie und führt dabei von praktischen Aufgaben bis zu den modernsten Problemen der Physik.

A. HAUG.

Bauer, R.: Die Meßwandler, Grundlagen, Anwendungen und Prüfung. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1953. X, 313 S. u. 264 Abb. Ganzl. DM 33.—.

Eine wichtige Aufgabe des technischen Schrifttums ist die Bereitstellung von Monographien über Spezialgebiete, die, ohne sich zu sehr in Einzelheiten zu verlieren, einen geschlossenen Überblick für denjenigen geben, der mit Rücksicht auf an ihn heranretende Teilfragen erschöpfende Auskunft insgesamt, den Anschluß an Nachbarggebiete und einen bequemen Zugang zur tieferschürfenden Spezialliteratur sucht. In diesem Sinne scheint mir das Buch von BAUER eine recht gute Lösung darzustellen. Beispielsweise wird der Physiker, der mit Präzisionsmessungen von Hochspannung und Hochstrom oder der mit der Entwicklung von hochwertigen weichmagnetischen Leuchtungen zu tun hat, der eine als Benutzer von Meßwandlern, der andere für die Zusammenarbeit mit dem Wandlerkonstrukteur, in knapper, aber doch erschöpfender Form sich unterrichten können.

Das Buch behandelt nach einer kurzen, mehr historischen Einführung, natürlich sehr eingehend die Fragen der Meßgenauigkeit, sodann mit Rücksicht auf Schutzwirkung und Betriebssicherheit die nicht weniger wichtigen Fragen der Hochspannungsfestigkeit, der Erwärmung und der mecha-

chen Festigkeit. Nach kurzer Besprechung der Bauarten, Ausführungsformen des In- und Auslands erläutert, werden wieder ausführlich die Messungen und Prüfungen an Windkanälen und Wandlergeräten dargestellt. Zum Schluß folgen Wandlerstandards, Normen und Vorschriften. Ein Schrifttumsverzeichnis gibt einen guten Überblick über die wichtigste einschlägige Literatur. Im Werk finden sich außerdem zahlreiche Hinweise auf grundlegende Patente. Die auf diesem Gebiet besonders wichtigen in- und ausländischen Vorschriften und Normen sind bereits als sicher anzusehende Weiterführung sind dem derzeitigen Stand berücksichtigt. G. VAFIADIS.

Das Relaxationsverhalten der Materie. 2. Marburger Diskussionsstagung. Herausgegeben von H. Müller. Darmstadt: Verlag Steinkopff 1953. 224 S. u. 122 Abb. DM 24,—.

Wie ein roter Faden ziehen sich die Relaxationserscheinungen (R. E.) durch alle Gebiete der Physik. Es ist daher sehr erfreulich zu begrüßen, daß die gemeinsamen Gesetzlichkeiten einmal in einer Diskussionsstagung herausgeklärt wurden, deren Inhalt in dem vorliegenden Bericht wiedergegeben ist. Nach einem Vortrag von MEIXNER über Thermodynamik der R. E. behandelt KNESER die mechanischen, v. d. MAREL die paramagnetischen, FELDTKELLER die ferromagnetischen R. E. JENKEL zeigt, inwieweit Modelle und Näherungsschätzungen zu plausiblen Ansätzen führen, GROSS behandelt die Verteilungsfunktion der Relaxationszeiten bei mechanischen R. E. F. H. MÜLLER bespricht den allgemeinen Zusammenhang von Dispersion und Absorptionserscheinungen, die durch R. E. bedingt sind, KRÜGER die R. E. bei Resonanzversuchen. BRODT, MAGAT und REINISCHER geben einen größeren Beitrag über die Dispersion im Debye-Wellengebiet, die nächsten Vorträge (WÜRSTLIN, WOLF) und den R. E. an Hochpolymeren gewidmet, während STAVENBERG noch einmal einen Beitrag zur spektralen Zerlegung mechanischer R. E., KUBÁT einen solchen zur Statistik von R. E. Der Tagungsbericht schließt mit einem Vortrag von WOLF über den Zusammenhang zwischen Platzwechsel und R. E. Diese Inhaltsangabe dürfte die Reichhaltigkeit des außerordentlich lesenswerten Berichts klar vor Augen stellen. G. Joos.

Buchholz, H.: Die konfluente hypergeometrische Funktion mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen. Ergebnisse der angewandten Mathematik. Bd. 2. Berlin-Heidelberg: Springer 1953. XVI, 234 S. u. 9 Abb. DM 36,—.

Der durch seine Arbeiten über die Theorie der Hohlleiter und Horne weithin bekannte Verfasser legt hier ein Sammelwerk von höchster Bedeutung für die mathematische Physik und alle verwandten Disziplinen, besonders die angewandte Mathematik, vor.

Es handelt sich um eine geschlossene Monographie über die Vollständigkeit übereine der wichtigsten Funktionenklassen, die z. B. die Funktionen des Drehparabols, die des zylindrischen Zylinders umfaßt. Wir geben die Hauptpunkte des Inhaltsverzeichnisses wieder:

I. Die Differential-Gleichung der konfluenten hypergeometrischen Funktion in ihren verschiedenen Formen und Definitionen der sie lösenden Funktionen. — II. Allgemeine Integraldarstellungen für die parabolischen Funktionen. — III. Die Asymptotik der parabolischen Funktionen. — IV. Unbestimmte und bestimmte Integrale mit parabolischen Funktionen und einige unendliche Reihen. — V. Die parabolischen Funktionen zugehörigen Polynome und unendliche Reihen mit diesen Polynomen. — VI. Die Parameterintegrale in den Beziehungen für die verschiedenen Typen der mathematischen Physik in den parabolischen Koordinaten. — VII. Nullwerte und Eigenwerte.

Wie man aus diesem Überblick sieht, leistet das Buch alles, was der „Watson“ für die Zylinderfunktionen leistet. Der Verfasser selbst hat namhafte Beiträge zu dieser Theorie geliefert. Ein ausführliches Literaturverzeichnis ist beigefügt.

Das Buch ist ein unerläßliches Instrument für jeden, der dem Gebiet der mathematischen Physik und theoretischen Hochfrequenztechnik arbeitet und gehört in jede Institutsbibliothek. Es stellt einen erheblichen Fortschritt in der internationalen mathematischen Literatur dar. Der Springer-Verlag hat sich durch seine Herausgabe ein unzweifelhaftes Verdienst erworben. G. ECKART.

Hydro- und Aerodynamik. Herausgegeben von A. Betz. *Naturforschung und Medizin in Deutschland. 1939—1946* Fiatbericht Bd. 11. Weinheim: Verlag Chemie 1953. 227 S. u. 50 Abb. Kart. DM 14,—.

Bekanntlich unterlag ein großer Teil der Forschungsarbeit vor und während des Krieges — vor allem derjenige auf dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik — den Geheimhaltungsvorschriften; die dabei erzielten Ergebnisse waren daher nur dem beschränkten Kreise der jeweils damit beschäftigten Spezialisten zugänglich. Jeder, der sich heute mit den erwähnten Dingen zu beschäftigen hat, wird deshalb das Erscheinen des 11. Bandes der Fiat Review of German Science begrüßen, in dem wenigstens über die physikalischen und in bezug auf die technischen Anwendungen wichtigsten Arbeiten in zusammenhängenden Darstellungen referiert wird und zwar von namhaften Fachleuten. Es sind dies: A. BETZ, Inkompressible Strömungen (Aerodynamik des Tragflügels und des Körpers kleinen Widerstandes, Triebwerksaerodynamik); W. TOLLMIEHN, Laminare Grenzschichten (Stationäre Grenzschichten mit konstanten und veränderlichen Stoffwerten und bei Anfahrt, Stabilitätstheorie); L. PRANDTL, Turbulenz (Freie Turbulenz und in Gegenwart von Wänden, verschiedene Einzeluntersuchungen); A. BETZ, Kompressible Strömungen (im Bereich unter und über sowie in der Nähe der Schallgeschwindigkeit, Verdichtungsstoß); W. DÖRING und H. SCHÖHARDIN, Detonationen (Theorie, Detonationswellen, Hohlraumeffekt); H. G. KÜSSNER und H. BILLING, Instationäre Strömungen (Grundlagen, Flügelflattern, Akustik bewegter Schallquellen); G. VOGELPOHL, Hydrodynamik des Schmierfilmes (Theorie, experimentelle Arbeiten, der allgemeine Reibungsvorgang, Anwendung der Erkenntnisse, Diskussion neuerer Messungen). Ein Verzeichnis der angeführten Autoren ergänzt den Bericht.

Nach Durchsicht dieses Bandes bleibt erst recht noch der Wunsch bestehen, es möge der Extrakt aus den vielen, heute größtenteils gar nicht mehr zugänglichen Arbeiten auch in lehrbuchartigen Darstellungen — wie sie beispielsweise für den Bereich der Grenzschichttheorie H. SCHLICHTING in seiner bekannten Monographie gibt — zusammengefaßt gebracht werden. H. STEFANIAK.

Guillien, R.: Electronique. Sammlung Euclide, Presses, Universitaires de France. 108 Bd. St. Michel, Paris 1954.

I. Bd. Vakuum-Röhren-Verstärker 336 S. 2000,- Frs = DM 24,—. II. Bd. Oszillatoren, Gasgefüllte Röhren, Zellen und Zähler 294 S. 1800,- Frs = DM 21,60.

Der Verfasser bietet in zwei Bänden die Vorlesung, die er an der europäischen Universität in Saarbrücken auf dem Gebiet der angewandten Physik hält. Da dort deutsche Professoren in deutscher, französische Professoren in französischer Sprache lesen, so ist es vorteilhaft, wenn Vorlesungen gedruckt vorliegen und bequem nachgelesen werden können.

Aus dem detaillierten Inhaltsverzeichnis geben wir nur eine kurze Übersicht der Hauptkapitel:

1. Bd. I. Notwendige Grundlagen der Elektrizitätslehre (Theorie der linearen Schaltungen speziell für Wechselströme FOURIER- und LAPLACE-Transformationen, nichtlineare Elemente). — II. Vakuumröhren (Elektronentheorie, thermische Elektronenemission, 3- und Mehrelektronenröhren, Niederfrequenzverstärker, Hochfrequenzverstärker, Gegenkopplung und Stabilität, Spezialverstärker).

2. Bd. Setzt unter direkter Weiternumerierung der Seitenzahlen fort: Schwingungen hoher und niedriger Frequenz, Schwingungen extrem hoher Frequenz, Relaxationsschwingungen und Impulse, Modulation und Gleichrichtung, Radiospektroskopie. — III. Gasgefüllte Röhren: Röhren mit kalter Kathode, Hochleistungsgeräth Thyatronen. IV. Photoelektrische Zellen und Zählrohre, Zellen mit photoel. Emission Sperrschichtzellen-Zähler.

Diese sehr gekürzte Inhaltsübersicht gibt einen ungefähren Überblick über den reichen Inhalt der 630 Seiten.

Das Buch bringt einerseits in klarer Form wichtige theoretische Grundlagen wie z. B. die Behandlung von Einschwingvorgängen, das Nyquist Kriterium der Stabilität, andererseits vernachlässigt es kein praktisches Bedürfnis: man findet z. B. ebenso eine detaillierte Anweisung, wie ein Verstärker in Betrieb zu nehmen ist.

Überall sind in Fußnoten Hinweise auf Literaturstellen gegeben, in denen der Leser sich weitergehende Auskünfte verschaffen kann. Die ungeheure Stoffmenge ist klar gebündelt, ohne durch unnötige Details langweilig zu werden, und so

gründlich behandelt, daß ein Leser, der das Werk aufmerksam durchgearbeitet hat, nicht mehr „schwimmen“ kann.

In dieser glücklichen Vereinigung von Theorie, Praxis, Allgemeinheit und Erfassung der wichtigen Details stellt das Buch ein außerordentlich erfreuliches Lehrmittel dar, dem weiteste Verbreitung zu wünschen ist. G. ECKART.

Pohl, R. W.: Optik und Atomphysik. 3. Band der Einführung in die Physik. 9. Auflage. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1954. VIII, 356 S. u. 565 Abb. Geb. DM 29.70.

Bei der allbekannten, wissenschaftlichen und pädagogischen Höhe der POHLSchen Lehrbücher, deren Krönung der Band „Optik und Atomphysik“ darstellt, bleibt einem Referenten höchstens übrig, einige Verbesserungen gegen die vorhergehende Auflage herauszugreifen: Durch die straffere Gliederung in 20 statt 15 Kapitel ist eine Erhöhung des Inhalts ohne Vermehrung des Umfanges möglich geworden. Dadurch konnte z. B. der Exakt der Arbeiten der POHLSchen Schule im 19. Kapitel in zwar knapper, aber eindringlicher Darstellung gegeben werden. Die besonders einprägsame Schemafigur, welche die Einteilung der Kristallgitter in die verschiedenen Bindungsarten gibt, scheint bisher nirgends veröffentlicht worden zu sein. Besonders gut ist auch die überlegene Darstellung des Phasenkontrastverfahrens gelungen. So ließen sich noch viele Beispiele herausgreifen, die zeigen, daß das Buch den neuesten Stand der Wissenschaft in klarer und einprägsamer Weise wiedergibt, so daß seine Lektüre auch dem ausgewachsenen Physiker nicht nur wissenschaftlichen, sondern auch ästhetischen Genuß bringt. G. JOOS.

Braddick, H. J. J.: The Physics of experimental method. London: Chapman & Hall 1954. XX, 404 S. u. 147 Abb. u. zahlr. Tabellen. Preis 35 s.

Das Buch, das in gewissem Grad v. ANGERERS „Technischen Kunstgriffen“ entspricht, bringt auf einem hohen wissenschaftlichen Niveau das, was der Experimentalphysiker an Bausteinen immer wieder braucht, um irgend eine Experimentalarbeit durchzuführen. Nach einer Einleitung (Kap. 1) bringt das 2. Kapitel die mathematisch-statistische Auswertung der Meßergebnisse, das 3. behandelt wichtige mechanische Fragen, wie die stabile Aufstellung von Apparaturen, das 4. die Werkstoffkunde und -Behandlung, das 5. die Vakuumtechnik, Kap. 6 und 7 sind den elektrischen Meßmethoden einschließlich Röhrentechnik, Kap. 8 der Optik und Photographie gewidmet. Vor dem letzten, der Technik der Kernphysik gewidmeten Abschnitt ist ein Kapitel über die natürlichen Grenzen der Meßtechnik eingeschaltet. Das wertvolle Werk, das aus einem Schatz persönlicher Erfahrung schöpft, wird bald ein unentbehrliches Laboratoriumshilfsbuch sein. G. JOOS.

Hartmann, H.: Theorie der chemischen Bindung auf quantentheoretischer Grundlage. Struktur und Eigenschaften der Materie in Einzeldarstellungen. Band 21. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1954. VII, 357 S. u. 53 Abb. Brosch. DM 46.80; geb. DM 49.80.

Im Gegensatz zu den angelsächsischen Ländern werden in Deutschland die Errungenschaften der modernen Quantenmechanik der theoretischen Chemie verhältnismäßig wenig nutzbar gemacht. Ein Grund hierfür ist der verhältnismäßig geringe Umfang des Schrifttums auf diesem Gebiet in deutscher Sprache. Das vorliegende Werk von HARTMANN füllt daher zweifellos eine Lücke aus. Die Fruchtbarkeit, die die Chemie seit etwa 70 Jahren bewiesen hat, ist besonders auf dem Gebiet der organischen Chemie großen Teils dem heuristischen Wert der Strichformulierung seit KEKULÉ zuzuschreiben. Seit HEITLER und LONDON ist die Quantenmechanik bemüht, den physikalischen Inhalt dieser Strichformulierung zu interpretieren, ohne allerdings bisher dem praktisch arbeitenden Chemiker ein ebenso einfach zu handhabendes Instrument in die Hand gegeben zu haben. Exakt berechenbar sind bekanntlich nur die allereinfachsten Fälle der Bindung. Bei den komplizierteren ist man auf Näherungsmethoden angewiesen, deren Handhabung einerseits nicht einfach ist und andererseits häufig keine genügende Eindeutigkeit der Resultate erlaubt. Ein wesentlicher Fortschritt kann nur von einer allgemeineren Behandlung und Benutzung der quantenmechanischen Methoden durch entsprechend geschulte

Physiker und Chemiker erwartet werden. Als Einführung in dieses Gebiet ist die HARTMANNSche Monographie zu begrüßen.

In einem ersten Teil bringt HARTMANN die quantenmechanischen Grundlagen der Theorie der chemischen Bindung, wobei in alle wichtigen Methoden eingeführt wird. Dieses Kapitel ist besonders für den Chemiker nicht leicht zu lesen. In einem weiteren allgemeinen Teil werden Atome, die Grundprobleme der chemischen Bindung, Methode der Valenzstrukturen, ferner die Methode derlekulzustände und die Feldtheorie der chemischen Bindung behandelt. Schließlich bringt der Verfasser in einem speziellen Teil Anwendungen. Dieses Kapitel wird besonders dem Chemiker wertvolles Material liefern. Z. B. findet hier sehr klare Definitionen der Bindungsenergie, der Tunnungsenergie, Ausführungen über Komplexverbindungen über ungesättigte und aromatische Verbindungen; Ionmoleküle, Metallgitter, Atomgitter, Aktivierungsenergie, Reaktivität. Besonders sei noch hingewiesen auf den schichtlichen Überblick über die Entwicklung der Theorie der chemischen Bindung. Hier wäre vielleicht noch zu ergänzen, daß die Erklärung der kovalenten Bindung durch die Gemeinsamwerden von zwei Elektronen das erste Mal von C. A. KNORR im Jahre 1923 ausgesprochen wurde.

Es ist zu erwarten, daß das gut ausgestattete Buch dem Gebiet der Theorie der chemischen Bindung in den Kreisen der Physiker und Chemiker sehr anregend wirken wird. G. SCHEIB

Picht, J.: Meß- und Prüfmethode der optischen Fugung, Band 1. Berlin: Akademie-Verlag 1953. 175 S. u. 142 Abb. Geb. DM 23.—.

Es ist sehr verdienstvoll, die Prüfmethode der Optik außerhalb der eigentlichen optischen Industrie fast unbekannt sind, zusammenfassend darzustellen. Der Name des Verfassers bürgt für eine einwandfreie Bearbeitung und klare Darstellung. Zunächst wird die Prüfung des Rohmaterials meist Glas, beschrieben: die Ermittlung von Brechungsdispersion, von Spannungs-, Schlieren- und Blasenfreiheit. Das nächste ist die Prüfung von Prismen auf einwandfreie Ausführung der Flächenwinkel, ein späterer Abschnitt bringt die Planplattenprüfmethode. Besonders wichtig ist natürlich die Messung und Prüfung der Krümmungsradien, die demgegenüber sehr ausführlich behandelt ist. Ferner sind die Methoden der Prüfung der Zentrierung bedeutungsvoll. Auch der Durchlässigkeits- und Streulichtmessung an fertigen optischen Systemen ist ein Kapitel gewidmet. Die letzten Kapitel sind der genauen Ermittlung der Daten gewidmet, die für den Gebrauch des Systems allein wichtig sind: Lage der Brennpunkte und Hauptebene, Lichtstärke, Gesichtsfeld und Auflösungsvermögen. Offenbar dem 2. Band vorbehalten sind Methoden zur Messung der Abberationsdaten, wie des Astigmatismus usw. Jedem, der sich etwas mit der Optiktechnik befassen will, sei dieses Buch wärmstens empfohlen. G. JOOS

Falkenhagen, H.: Elektrolyte. 2. Auflage. Leipzig: S. Hirzel 1953. 263 S. u. 94 Abb. Geb. DM 15.60.

Die bekannte Monographie „Elektrolyte“ von H. FALKENHAGEN ist in II. Auflage stark umgearbeitet und stellt die neuere Entwicklung der Elektrolyththeorie von einem einheitlichen Standpunkt zusammenhängend dar. Die vorzügliche Neudarstellung des wichtigen Spezialgebietes ist um so mehr zu begrüßen, als gerade in den letzten Jahren auf diesem Gebiet von verschiedenen Seiten u. a. durch EIGEN und WICKE, C. SAGER und FUOSS, sowie durch den Verfasser selbst in dessen Mitarbeiter wesentliche Fortschritte erzielt worden sind, so daß neuerdings beste Aussichten bestehen, die in dem Buch sehr klar entwickelten Vorstellungen auf die wichtigen Elektrolytlösungen höherer Konzentration mit Nutzen anwenden zu können. Im Interesse einer strafferen Darstellung sah sich der Verfasser veranlaßt, auf verschiedene in der I. Auflage enthaltene Ausführungen über experimentelle Methoden zu verzichten. Obwohl dies in gewisser Hinsicht zu bedauern ist, muß anerkannt werden, daß die von ihm erstrebten Absichten dadurch erreicht werden.

Das eingehende Studium der sehr interessanten Monographie kann denjenigen, die sich über den neuesten Stand des Gebietes in vieler Hinsicht wichtigen Gebietes orientieren wollen, wärmstens empfohlen werden. C. A. KNORR